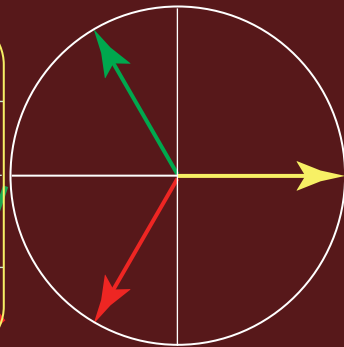
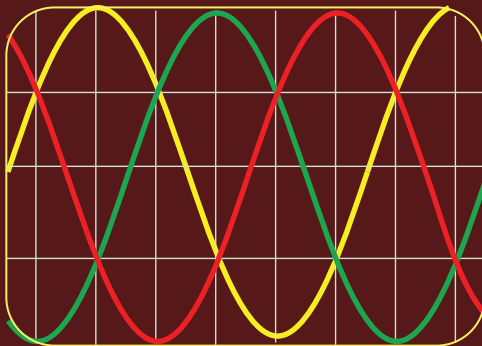


S.Masiokas

# Elektro technika



2



**Kintamosios  
srovės  
vienfazės  
grandinės**

VADOVĖLIS  
AUKŠTOSIOMS  
MOKYKLOMS

## 2.1. Sinusinių elektrinių dydžių pagrindinės charakteristikos 52

- 2.1.1. Sinusinės EVJ gavimas / 52
- 2.1.2. Pradinė fazė ir fazių skirtumas / 53
- 2.1.3. Efektinė vertė / 54
- 2.1.4. Vidutinė vertė / 55

## 2.2. Sinusinių dydžių vaizdavimas ir veiksmai su jais 55

- 2.2.1. Sinusinių dydžių vaizdavimas vektoriais / 56
- 2.2.2. Sinusinių dydžių vaizdavimas kompleksinėje plokštumoje / 57

## 2.3. Kintamosios srovės grandinių imtuvai 59

- 2.3.1. Idealių imtuvų savybės / 59
- 2.3.2. Omo dėsnis; idealių imtuvų varžos / 60
- 2.3.3. Omo dėsnio išraiška kompleksiniais dydžiais / 62
- 2.3.4. Idealiųjų imtuvų galia ir energija / 63

## 2.4. Nuosekliai sujungtų imtuvų grandinė 65

- 2.4.1. Omo dėsnis ir kompleksinė varža / 65
- 2.4.2. Varžų ir įtampų trikampiai / 66
- 2.4.3. Realių imtuvų grandinė ir ekvivalentinis imtuvas / 67
- 2.4.4. Potencialinė vektorinė diagrama / 70

## 2.5. Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinė 72

- 2.5.1. I Kirchhofo dėsnis; srovių trikampis / 72
- 2.5.2. Kompleksinis laidumas ir laidumų trikampis / 74
- 2.5.3. Ekvivalentinis imtuvas / 76

## 2.6. Kintamosios srovės grandinės galia 79

- 2.6.1. Kompleksinė galia; galių trikampis / 79
- 2.6.2. Galios koeficientas ir jo gerinimas / 81

## 2.7. Rezonanso reiškiniai kintamosios srovės grandinėse 83

- 2.7.1. Įtampų rezonansas / 83
- 2.7.2. Srovių rezonansas / 85

## 2.8. Sudėtingesni grandinių tyrimo atvejai 86

- 2.8.1. Tiesinės ir apskritiminės diagramos / 86
- 2.8.2. Abipusės indukcijos grandinės / 87
- 2.8.3. Mišriai sujungtų imtuvų grandinė / 87
- 2.8.4. Sudėtingųjų grandinių tyrimas / 88

## 2.9. Nesinusinės srovės grandinės 88

- 2.9.1. Nesinusinės srovės matematinė išraiška; grafinis vaizdas / 88
- 2.9.2. Efektinė ir vidutinė vertė; galia / 89
- 2.9.3. Koeficientai, apibūdinantys nesinusines periodines kreives / 90
- 2.9.4. Grandinių tyrimas / 90

Kintamąją elektros srovę vadinsime tokią, kuri laikui bėgant kinta. Ji gali kisti periodiškai (2.1 pav.) ar koku kitokiu dėsniu. Praktikoje kintamąją srovę paprastai vadinama kintančios krypties periodine srove.

Iš visų periodinių srovių praktiniams tikslams jau nuo XIX a. pabaigos plačiausiai taikoma sinusinė srovė.

## 2.1

### Sinusinių elektrinių dydžių pagrindinės charakteristikos

Kaip ir kiekviena sinuso dėsnio kintanti funkcija, sinusinė srovė apibūdinama amplitudine (didžiausia) verte  $I_m$  ir kitimo periodu  $T$  (2.2 pav.). Srovės vertė įvairiais laiko momentais –  $i_1$ ,  $i_2$  ir t. t. – vadinama momentine.

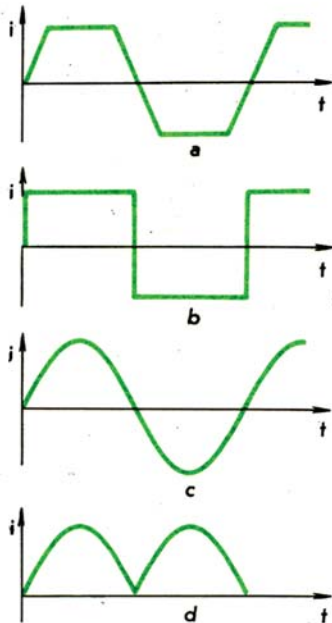
Kintamosios srovės dažnis  $f=1/T$ ; jo matavimo vienas yra hercas (Hz). Europoje ir Lietuvoje visi svarbiausi elektros tinklai ir įrengimai yra pritaikyti 50 Hz dažnio srovei, todėl šis dažnis vadinamas pramoniniu. (JAV, Kandoje, Japonijoje ir kai kuriose kitose šalyse pramoninis srovės dažnis yra 60 Hz.) Kai kuriems specialiems technologijos reikalams pramonės įmonėse yra naudojama ir didesnio – iki keleto kHz – dažnio srovė. Elektronikoje ir radiotechnikoje srovės dažniai esti daug didesni – jie siekia šimtus GHz (1 gigahercas lygus  $10^9$  Hz).

**2.1.1. Sinusinės EVJ gavimas.** Jos gavimo principą galima paaiškinti įsivaizduojant, kad vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio magnetinė indukcija yra  $\vec{B}$ , kampiniu greičiu  $\omega$  sukamas dviejų laidininkų rėmelis (2.3 pav.). Dėl elektromagnetinės indukcijos laidininkuose (kiekvieno iš jų ilgis yra  $l$ ) indukuojamos EVJ  $e_1$  ir  $e_2$ . Viso rėmelio EVJ momentinė vertė  $e=e_1+e_2=2Blv \sin \alpha$ ; čia  $v$  – laidininkų linijinis greitis,  $\alpha$  – kampas tarp magnetinės indukcijos ir laidininko linijinio greičio vektorių.

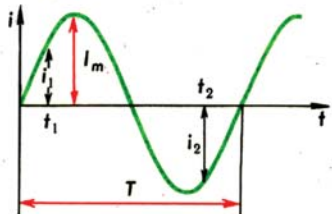
Šio sinusinio dydžio amplitudė  $E_m=2Blv$ . Kampą  $\alpha$ , kuris yra ir rėmelio pasukimo kampas horizontalės atžvilgiu, galima išreikšti padauginus kampinį greitį  $\omega$  iš laiko  $t$ :  $\alpha=\omega t$ . Įrašę amplitudės ir kampo reikšmes, gauname:

$$e = E_m \sin \omega t. \quad (2.1)$$

Kaip žinome iš fizikos kurso, laidininke indukuotos EVJ kryptis nusakoma dešiniojos rankos taisykle (žr. 10.1.3).



2.1 pav. Periodinės srovės: a – trapecinė; b – stačiakampė; c – sinusinė; d – pulsuojanti



2.2 pav.



Elektrotechnikoje sinuso argumento dalis  $\omega$  vadinama **kampiniu dažniu**:  $\omega = \alpha/t$ . Apsukus rėmelį vieną kartą,  $\alpha = 2\pi$ ,  $t = T$ , todėl  $\omega = 2\pi/T$ . Iš čia

$$\omega = 2\pi f. \quad (2.2)$$

**2.1.2. Pradinė fazė ir fazių skirtumas.** Bendroju atveju to paties dažnio sinusinius elektrinius dydžius galima užrašyti šitaip:

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i), \\ u &= U_m \sin(\omega t + \psi_u), \\ e &= E_m \sin(\omega t + \psi_e); \end{aligned} \quad (2.3)$$

čia  $I_m$ ,  $U_m$ ,  $E_m$  – srovės, įtampos bei EVJ amplitudinės vertės;  $\psi_i$ ,  $\psi_u$ ,  $\psi_e$  – jų pradinės fazės.

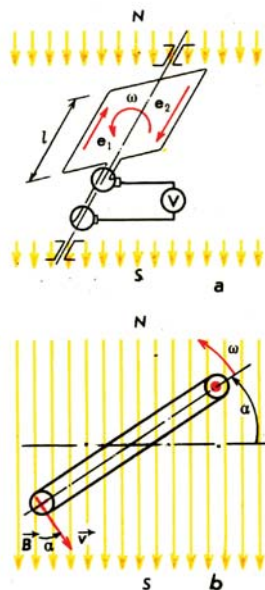
Argumentas  $(\omega t + \psi)$  vadinamas sinusinio dydžio **faze**. **Pradinė faze**  $\psi$  laikoma fazės vertė pradinio laiko momentu ( $t=0$ ). Nuo pradinės fazės didumo ir ženklo priklauso sinusoidės, kuria grafiškai vaizduojamas sinusinis dydis, pradžios padėtis absčių ašyje. Sinusoidės pradžia laikomas taškas, kuriame jos ordinatė lygi nuliui, kai funkcijos ženklas keičiasi iš neigiamo į teigiamą.

Kai pradinė fazė  $\psi = 0$ , sinusinis dydis vaizduojamas sinusoidė, kurios pradžia yra koordinatinių ašių susikirtimo taškas. Kai  $\psi > 0$ , sinusinio dydžio vertė pradinio momentu ( $t=0$ ) yra teigiama. Toks dydis vaizduojamas sinusoidė, kurios pradžia pastumta kairėn koordinatinių ašių susikirtimo taško atžvilgiu (2.4 pav., srovės  $i_1$  kreivė,  $\psi_1 > 0$ ). Kai pradinė fazė  $\psi < 0$ , sinusoidės pradžia pastumta dešinėn (2.4 pav.,  $i_2$  kreivė,  $\psi_2 < 0$ ).

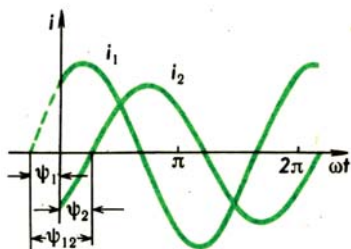
Sinusinių dydžių nesutapimą laiko atžvilgiu atspindi jų **fazių skirtumas**. Jis skaičiuojamas atimant vienodo dažnio sinusinių dydžių fazes. Pavyzdžiui, fazių skirtumas tarp EVJ ir įtampos (žr. (2.3)):  $\psi_{eu} = (\omega t + \psi_e) - (\omega t + \psi_u) = \psi_e - \psi_u$ .

Kaip matome, **fazių skirtumas išlieka lygus pradinė fazių skirtumui, bet pradinės fazes reikia įrašyti su jų ženklais**. Pavyzdžiui, fazių skirtumas tarp srovių  $i_1$  ir  $i_2$  (žr. 2.4 pav.), atsižvelgiant į tai, kad  $\psi_1 > 0$ , o  $\psi_2 < 0$ , skaičiuojamas šitaip:  $\psi_{12} = \psi_1 - (-|\psi_2|) = \psi_1 + |\psi_2|$ .

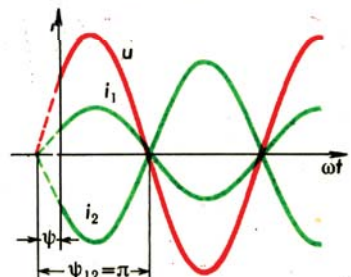
Dažnai tenka apskaičiuoti fazių skirtumą tarp įtampos ir srovės. Jis paprastai žymimas raide  $\varphi$ :  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ . Fazių skirtumo ženklas rodo, kuris iš sinusinių dydžių faze pralenkia kitus, o kuris – atsilieka. Pavyzdžiui, kai  $\varphi > 0$ , sakoma, kad srovė atsilieka faze nuo įtampos arba įtampa pralenkia srovę. Kai fazių skirtumas lygus nuliui, sinusiniai dydžiai yra tos pačios fazės. Kai fazių skirtumas lygus  $\pi$ , sinusinių dydžių fazės yra priešingos (2.5 pav.).



2.3 pav. Rėmelio, kuriame indukuojama EVJ, bendras vaizdas (a) ir pjūvis (b)



2.4 pav. Sinusinės srovės, kurių pradinės fazės yra  $\psi_1 > 0$ ,  $\psi_2 < 0$ , ir fazių skirtumas  $\psi_{12}$



2.5 pav. Tos pačios fazės ( $i_1$ ,  $u$ ) bei priešingų fazių ( $i_1$ ,  $i_2$  arba  $u$ ,  $i_2$ ) sinusiniai dydžiai

**2.1.3. Efektinė vertė.** Efektinė kintamosios srovės vertė yra tokia nuolatinė srovė, kuri tame pačiame laidininke išskiria tiek pat šilumos, kiek ir kintamoji srovė per tą patį laiką. Tarkime, kad laidininko varža yra  $R$ , o pasirinktas laikas lygus vienam kintamosios srovės periodui. Energija, kuri dėl nuolatinės ir kintamosios srovės poveikio paverčiama šiluma, gali būti išreiškiama šitaip:

$$W_{-} = RI^2 T \text{ ir } W_{\sim} = \int_0^T Ri^2 dt.$$

Efektinė kintamosios srovės vertė išreiškiama nuolatinėje srove, sulyginus dešiniąsias šių lygybių puses:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (2.4)$$

Ji dar vadinama kintamosios srovės vidutine kvadratine verte per periodą.

Jei srovė sinusinė  $i = I_m \sin \omega t$ , tai

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt}. \quad (2.5)$$

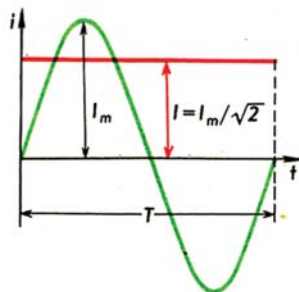
Suintegravę gauname:

$$I = I_m / \sqrt{2} = 0,707 I_m. \quad (2.6)$$

Efektinė kintamosios sinusinės srovės vertė yra  $\sqrt{2}$  karto mažesnė už jos amplitudinę vertę (2.6 pav.). Analogiškai galime parašyti įtampoms ir EVJ efektines vertes:

$$U = U_m / \sqrt{2} = 0,707 U_m \quad E = E_m / \sqrt{2} = 0,707 E_m. \quad (2.7)$$

Efektinės sinusinių dydžių vertės dažniausiai naudojamos įvairiuose skaičiavimuose. Pavyzdžiui, kai sakoma, kad tinklo kintamoji įtampa yra 220 V, turima omenyje jos efektinė vertė. Amplitudinė vertė  $U_m = \sqrt{2} U = \sqrt{2} \cdot 220 = 311$  V. Daugumos rodyklinių kintamosios srovės matavimo prietaisų skalės sugraduotos efektinėmis matuojamųjų dydžių vertėmis.



2.6 pav. Sinusinė srovė ir jos efektinė vertė



**2.1.4. Vidutinė vertė.** Vidutinė kintamosios srovės vertė prilyginama nuolatinei srovei, laikant, kad per tą patį laiką pernešamas toks pat elektros kiekis. Vidutinė sinusinio dydžio vertė skaičiuojama pusei periodo (visam periodui ji visada lygi nuliui):

$$I = \frac{\int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt}{T/2}. \quad (2.8)$$

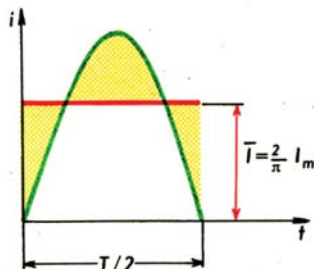
Ji dar yra vadinama srovės vidutine aritmetine verte per pusę periodo. Apskaičiavę gauname:

$$\begin{aligned} \bar{U} &= 2U_m/\pi = 0,637 U_m, & I &= 2I_m/\pi = 0,637 I_m, \\ \bar{E} &= 2E_m/\pi = 0,637 E_m. \end{aligned} \quad (2.9)$$

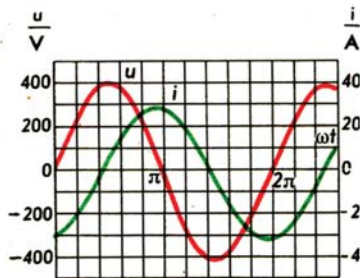
Vidutinę sinusinio dydžio vertę galima gauti ir grafiškai, pakeitus plotą po vieno pusperiodžio sinusoide lygiapločiu stačiakampiu (2.7 pav.).

**2.1 pavyzdys.** Žinoma kintamoji įtampa  $u = 400 \sin 314t$  (V) ir srovė  $i = 30 \sin(314t - \pi/2)$  (A). Apskaičiuokime jų efektyves vertes, dažnį ir fazių skirtumą. Pavaizduokime šiuos dydžius grafiškai.

**Sprendimas.** Matome, kad amplitudinės vertės  $U_m = 400$  V,  $I_m = 30$  A. Efektinės vertės:  $U = 400/\sqrt{2} = 283$  V,  $I = 30/\sqrt{2} = 21,2$  A. Kampinis dažnis  $\omega = 314$  rad/s, o dažnis  $f = \omega/(2\pi) = 314/(2\pi) \approx 50$  Hz. Pradinės fazės:  $\psi_u = 0$ ,  $\psi_i = -\pi/2$ . Fazių skirtumas  $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - (-\pi/2) = \pi/2$ . Kadangi įtampos pradinė fazė lygi nuliui, o srovės pradinė fazė yra neigiama, tai įtampa pralenkia srovę  $\pi/2$  faze, t. y.  $1/4$  periodo (2.8 pav.).



2.7 pav. Sinusinė srovė ir jos vidutinė vertė



2.8 pav. 2.1 pavyzdžio įtampos ir srovės kreivės

## 2.2

### Sinusinių dydžių vaizdavimas ir veiksmai su jais

Kaip matėme, sinusiniai elektriniai dydžiai gali būti vaizduojami sinusoidėmis – laiko  $t$  arba kampo  $\omega t$  funkcijomis. Tokie grafikai yra vaizdūs, juose atsispindi pagrindinės sinusinės funkcijos charakteristikos: periodas, amplitudinė ir momentinė vertės, pradinė fazė bei fazių skirtumas. Tačiau šis vaizdavimo būdas nėra patogus praktikoje dėl to, kad tiksliai nubraižyti sinusoidę nelengva, nepatogu atlikti matematinius veiksmus su ke-

liomis laiko funkcijomis (jas sudėti ar atimti). Sinusines funkcijas galima grafiškai vaizduoti ir atlikti veiksmus su jomis paprasčiau – pakeitus jas vektoriais arba kompleksiniais dydžiais.

**2.2.1. Sinusinių dydžių vaizdavimas vektoriais.** Tarkime, kad srovė yra sinusinė funkcija:  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . Iš čia  $\sin(\omega t + \psi_i) = i/I_m$ . Galime sudaryti statųjį trikampį, kuriam būtų teisinga tokia priklausomybė (2.9 pav.). Matome, kad jo kampas  $(\omega t + \psi_i)$  ir statinis  $i$  yra laiko  $t$  funkcijos, o įžambinė  $I_m = \text{const}$ . Kai  $t=0$ , įžambinė su horizontala sudaro kampą, lygų pradinėi fazei  $\psi_i$ . Bėgant laikui  $t$ , kampas  $(\omega t + \psi_i)$  didėja, o trikampio statinis  $i$  kinta sinuso dėsnio:  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . Įžambinė  $I_m$  lieka to paties ilgio, bet pasisuka kampu  $(\omega t + \psi_i)$ .

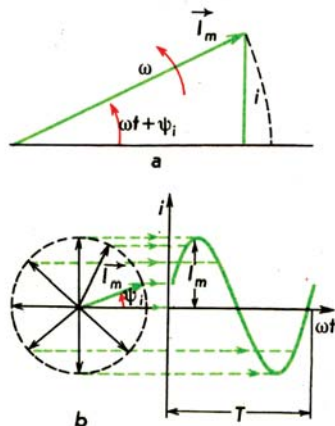
Iš to išplaukia išvada, kad sinusinį dydį galime pavaizduoti vektoriumi, kuris yra sukamas kampiniu greičiu  $\omega$  ir kurio ilgis proporcingas sinusinio dydžio amplitudei. Vektoriaus projekcija į vertikaliąją ašį yra proporcinga sinusinio dydžio momentinei vertei, todėl sinusoidę gausime, perkėlę tų projekcijų vertes ties atitinkamais kampais  $\omega t$  abscisėse. Paprastai sinusiniai dydžiai yra vaizduojami vektoriais, sustabdytais laiko momentu  $t=0$ , todėl vektoriaus kampas su horizontaliąja ašimi turi būti lygus sinusinio dydžio pradinėi fazei. Priimta laikyti, kad vektorius yra sukamas kryptimi, priešinga laikrodžio rodyklės sukimuisi, todėl teigiamos pradinės fazės atidedamos prieš laikrodžio rodyklės sukimąsi, o neigiamos – rodyklės sukimosi kryptimi.

**2.2 pavyzdys.** Pavaizduokime vektoriais šiuos elektrinius dydžius:  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ ,  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$  ir  $i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_2)$ ; ( $\psi_1 < 0$ ).

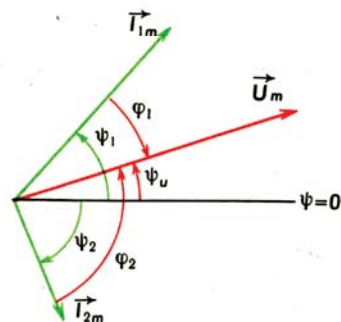
**Sprendimas.** Įtampos  $\vec{U}_m$  ir srovės  $\vec{I}_{1m}$  vektorius braižome teigiamais (prieš laikrodžio rodyklės sukimąsi) kampais  $\psi_u$  ir  $\psi_1$ . Srovės  $\vec{I}_{2m}$  vektorių braižome neigiamu (laikrodžio rodyklės sukimosi kryptimi) kampu  $\psi_2$  (2.10 pav.). Vektorinėje diagramoje matyti, kad srovė  $i_1$  pralenkia faze įtampą  $u$  ir srovė  $i_2$ , o įtampa  $u$  pralenkia faze srovė  $i_2$ . Akivaizdūs ir fazių skirtumai  $\varphi_1 = \psi_u - \psi_1$  ( $\varphi_1 < 0$ ) ir  $\varphi_2 = \psi_u - (-|\psi_2|) = \psi_u + |\psi_2|$  ( $\varphi_2 > 0$ ).

Braižant vektorines diagramas, reikia nepamiršti, kad: a) jose galima vaizduoti tik sinusinius dydžius; b) vienoje vektorinėje diagramoje galima vaizduoti tik to paties dažnio sinusinius dydžius.

Dažnai vektorinės diagramos braižomos, parenkant vieną sinusinį dydį pagrindiniu vektoriumi, o kitus atidedant jo atžvilgiu reikiama fazių skirtumo kampais. Pagrindinį vektorių galima braižyti ir horizontaliai, ir vertikaliai.



2.9 pav. Sinusinio dydžio vaizdavimas sukamuoju vektoriumi (a) ir sukamojo vektoriaus projekcijos – sinusoidė  $i(\omega t)$  (b)



2.10 pav. 2.2 pavyzdžio įtampos ir srovių vektorinė diagrama



liai. Daug triūso reikalaujančius grafinius veiksmus (sudėtį, atimtį) su sinusinių funkcijų kreivėmis – sinusoidėmis – galima pakeisti paprastesniais veiksmiais su vektoriais.

**2.2.2. Sinusinių dydžių vaizdavimas kompleksinėje plokštumoje.** Sukamą vektorių, sustabdytą laiko momentu  $t=0$ , galime pavaizduoti kompleksinėje plokštumoje (2.11 pav.). Tokį sinusinio dydžio atvaizdą analiziškai galima užrašyti kaip kompleksinį dydį  $\underline{A}$ , kurį sudaro realioji  $A'$  ir menamoji  $A''$  dalys:

$$\underline{A} = A' + jA'' \quad (2.10)$$

Elektrotechnikoje menamasis vienetas  $\sqrt{-1}$  žymimas raide  $j$ .

Iš 2.11 pav. matome, kad  $A' = A \cos \alpha$  ir  $A'' = A \sin \alpha$ . Įrašę šias reikšmes į (2.10), gauname trigonometrines kompleksinio dydžio išraišką:

$$\underline{A} = A \cos \alpha + jA \sin \alpha = A (\cos \alpha + j \sin \alpha); \quad (2.11)$$

čia  $A = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2}$  – kompleksinio dydžio modulis,  $\alpha = \arctg(A''/A')$  – jo argumentas (kampas tarp realiosios ašies ir vektoriaus).

Iš Oilerio formulės:  $\cos \alpha + j \sin \alpha = e^{+j\alpha}$  ir (2.11) lygybės gauname rodiklinę kompleksinio dydžio išraišką, kurią galime užrašyti vienu iš šių trijų būdų:

$$\underline{A} = A e^{j\alpha} = A \exp j\alpha = A \angle \alpha. \quad (2.12)$$

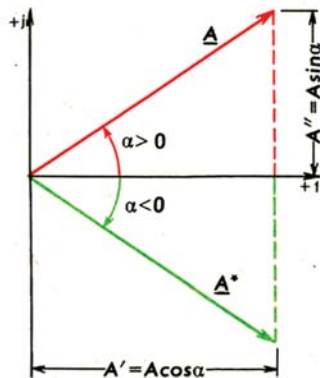
Jei vienas kompleksinis dydis skiriasi nuo kito tik menamosios dalies ženklu, jis vadinamas jungtiniu. Pavyzdžiui, dydžiui  $\underline{A}$  jungtinis yra

$$\underline{A}^* = A' - jA'' = A \cos \alpha - jA \sin \alpha = A e^{-j\alpha}. \quad (2.13)$$

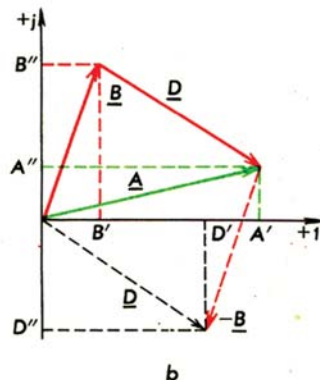
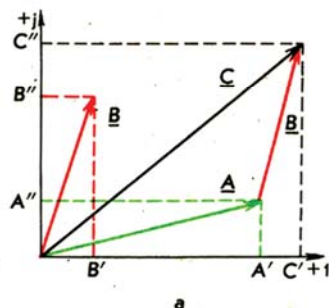
$\underline{A}$  ir  $\underline{A}^*$  atvaizdai kompleksinėje plokštumoje yra simetriški realiosios ašies atžvilgiu (žr. 2.11 pav.).

Sudėti arba atimti kompleksinius dydžius (2.12 pav.) patogiau, kai jie parašyti algebrine forma:

$$\begin{aligned} \underline{A} + \underline{B} &= (A' + jA'') + (B' + jB'') = (A' + B') + j(A'' + B'') = \\ &= C' + jC'' = \underline{C}, \end{aligned}$$



2.11 pav. Kompleksinio dydžio  $\underline{A}$  ir jam jungtinio  $\underline{A}^*$  atvaizdai kompleksinėje plokštumoje



2.12 pav. Grafiniai veiksmai su kompleksiniais dydžiais: a – sudėtis; b – atimtis



$$\underline{A} - \underline{B} = (A' + jA'') - (B' + jB'') = (A' - B') + j(A'' - B'') = D' + jD'' = \underline{D}.$$

Sudauginti arba padalyti (2.13 pav.) kompleksinius dydžius patogiau, kai jie parašyti rodikline forma:

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = A e^{j\alpha} \cdot B e^{j\beta} = (AB) e^{j(\alpha+\beta)} = M e^{j\mu},$$

$$\underline{A}/\underline{B} = A e^{j\alpha}/B e^{j\beta} = (A/B) e^{j(\alpha-\beta)} = N e^{j\nu}.$$

Elektrotechnikoje dažnai tenka dauginti kompleksinį dydį iš realaus skaičiaus (2.14 pav., a):  $m \cdot \underline{A} = (mA) e^{j\alpha}$ . Kaip matome, šis veiksmas  $m$  kartų pakeičia kompleksinio dydžio modulį, bet nepakeičia argumento.

Jei norime pakeisti tik argumentą, reikia kompleksinį dydį padauginti iš tokio kompleksinio dydžio, kurio modulis yra vienetas. Jis tarytum pasuka dauginamo dydžio vektorių kompleksinėje plokštumoje teigiamu arba neigiamu kampu, todėl yra vadinamas pasukimo operatoriumi.

Elektrotechnikoje dažniausiai sutinkamas pasukimo operatorius, pasukantis kompleksinio dydžio vektorių  $\pm\pi/2$  kampu. Jį galime užrašyti šitaip:

$$e^{\pm j\pi/2} = \cos(\pi/2) \pm j \sin(\pi/2) = \pm j. \quad (2.14)$$

Padauginę kompleksinį dydį  $\underline{A}$  iš  $e^{\pm j\pi/2}$  (2.14 pav., b), gauname

$$\underline{A} \cdot e^{\pm j\pi/2} = A e^{j\alpha} \cdot e^{\pm j\pi/2} = A e^{j(\alpha \pm \pi/2)}.$$

Atliekant veiksmus su kompleksiniais dydžiais, galima analiziškai apskaičiuoti įvairių sinusinių dydžių amplitudines (ar efektines) vertes ir fazes. Šis būdas (dar vadinamas **simboliniu**) yra labai patogus sinusinės srovės grandinėms tirti.

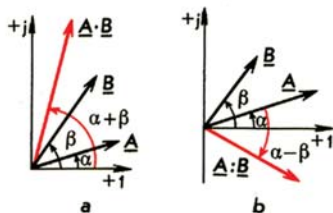
Srovę  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  galima užrašyti sukamoju kompleksiniu dydžiu šitaip:

$$\begin{aligned} I_m \cos(\omega t + \psi_i) + j I_m \sin(\omega t + \psi_i) &= I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = \\ &= I_m e^{j\psi_i} \cdot e^{j\omega t}. \end{aligned}$$

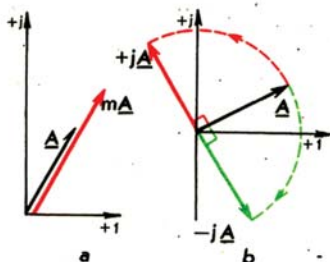
$I_m e^{j\psi_i}$  vadinama kompleksine amplitude. Ją galima pavaizduoti vektoriumi kompleksinėje plokštumoje (2.15 pav.). Daugiklis  $e^{j\omega t}$  rodo, kad šis vektorius yra sukamas.

Visus sinusinius dydžius tirsime pradinio laiko momentu  $t=0$ , todėl galime parašyti, kad  $e^{j\omega t} = e^{j0} = 1$ . Prisiminti, kad dažniau vietoj amplitudinių verčių taikomos efektinės, **sinusinius dydžius** (žr. (2.3) išraiškas) užrašome kompleksiniais:

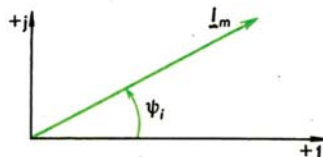
$$\begin{aligned} \underline{I} &= I(\cos \psi_i + j \sin \psi_i) = I e^{j\psi_i}, \\ \underline{U} &= U(\cos \psi_u + j \sin \psi_u) = U e^{j\psi_u}, \\ \underline{E} &= E(\cos \psi_e + j \sin \psi_e) = E e^{j\psi_e}. \end{aligned} \quad (2.15)$$



2.13 pav. Grafiniai veiksmai su kompleksiniais dydžiais: a – daugyba; b – dalyba



2.14 pav. Grafiniai veiksmai su kompleksiniais dydžiais: a – daugyba iš realaus skaičiaus  $m$ ; b – iš pasukimo operatoriaus  $\pm j$



2.15 pav. Sinusinės srovės vektorius atvaizdas kompleksinėje plokštumoje

## 2.3

## Kintamosios srovės grandinių imtuvai

**2.3.1. Idealių imtuvų savybės.** Kintamosios srovės grandinių imtuvai gali būti aktyvieji ir reaktyvieji. **Aktyviaisiais vadinsime tokius imtuvus, kuriuose elektros energija negrįžtamai paverčiama kitos rūšies energija: šiluma, šviesa, mechaniniu darbu, chemine energija.** Aktyvusis imtuvas elektrinėse atstojamosiose schemose paprastai vaizduojamas sutartiniu ženklu rezistoriaus, kurio varža  $R$ . Prijungus idealų aktyvųjį imtuvą prie kintamosios įtampos  $u(t)$ , juo teka srovė:

$$i_R = u/R. \quad (2.16)$$

**Reaktyviaisiais imtuvais vadinsime tokius, kuriuose vyksta periodinė energijos kaita tarp jų magnetinio ar elektrinio lauko ir šaltinio.** Reaktyvieji imtuvai gali būti induktyvieji ir talpiniai.

**Induktyvusis** imtuvas turi induktyvumo ritės savybes, todėl elektrinėse schemose vaizduojamas sutartiniu induktyvumo ritės ženklu. Tekėdama induktyviuoju imtuvu kintamoji srovė  $i_L(t)$  sukuria kintamąjį magnetinį lauką, kurio pilnutinis srautas

$$\Psi_L = Li_L; \quad (2.17)$$

čia  $L$  – induktyvumas, kurio matavimo vienetas – henris (H).

Kai  $L = \text{const}$ , imtuvo vėberamperinė charakteristika  $\Psi = f(i)$  yra tiesė. Toks induktyvusis imtuvas vadinamas tiesiniu.

**Dėl kintamojo magnetinio lauko poveikio induktyviajame imtuve indukuojama saviindukcijos EVJ:**

$$e_L = d\Psi_L/dt = L di_L/dt. \quad (2.18)$$

**Ši saviindukcijos EVJ priešinasi kintamosios srovės kitimui\***; pasipriešinimo stiprumas įvertinamas induktyviaja varža. Kai srovė nuolatinė,  $di_L/dt = 0$ ,  $e_L = 0$ , todėl idealus induktyvusis imtuvas šiai srovei varžos nesudaro.

\* Tai, kad saviindukcijos EVJ priešinasi rite tekančios srovės kitimui, įvertinsime, laikydami  $e_L$  sutartinę teigiamą kryptį priešinga srovės  $i_L$  krypčiai. Kai šiam pasipriešinimui įvertinti EVJ išraiškoje (2.18) rašomas minuso ženklas,  $e_L$  sutartinė teigiama kryptis turi būti tokia pat kaip srovės.

**Talpinis** imtuvas turi kondensatoriaus savybes, todėl elektrinėse schemose vaizduojamas sutartiniu kondensatoriaus ženklu. **Talpiniam** imtuve, prijungus jį prie kintamosios įtampos  $u(t)$ , sukauptas elektros krūvis

$$q = Cu; \quad (2.19)$$

čia  $C$  – talpa, kurios matavimo vienetas yra faradas (F).

Įtampai didėjant, elektriniame lauke energija kaupiama; mažėjant – gražinama elektros energijos šaltiniui. Kai krūvininkai juda, talpiniu imtuvu teka srovė

$$i_C = dq/dt = Cdu/dt. \quad (2.20)$$

Kai įtampa nuolatinė,  $du/dt=0$ ,  $i_C=0$ , todėl idealaus talpinio imtuvo varža nuolatinėi srovei yra be galo didelė. Imtuvo, kurio talpa  $C=\text{const}$ , kulonvoltinė charakteristika  $q=f(u)$  yra tiesė. Toks imtuvas vadinamas tiesiniu.

Kintamosios srovės grandines nagrinėsime, laikydami jų imtuvus tiesiniais.

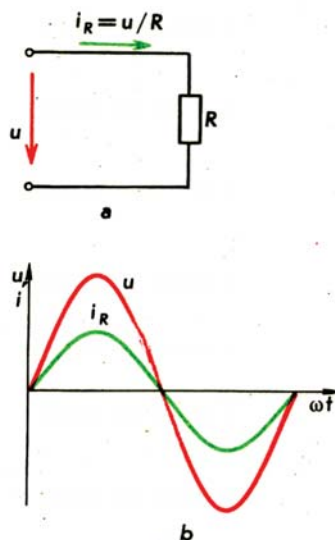
**2.3.2. Omo dėsnis; idealių imtuvų varžos. Kintamosios srovės grandinėms** galime taikyti Omo ir I bei II Kirchhofo dėsnius, jei į jų matematinės išraiškas įrašysime įtampos ir srovės momentines vertes. Tarkime, kad visi imtuvai yra idealūs ir kiekvienas prijungtas prie kintamosios įtampos  $u = U_m \sin \omega t$  (2.16–2.18 pav.). Laisvai pažymėję sutartinę teigiamą kintamosios įtampos  $u$  kryptį, pagal ją (iš sutartinio „pliuso“ į sutartinį „minusą“) pažymime kiekvienu imtuvu tekančios srovės sutartinę teigiamą kryptį. **Saviindukcijos EVJ  $e_L$  priešinasi induktyvioju imtuvu tekančios srovės kitimui. Teigiama laikysime tokią jos kryptį, kuri yra priešinga nei srovės.** Nustatysime, koku dėsniu kinta kiekvieno imtuvo srovė ir kaip ją galima apskaičiuoti.

**Aktyviajam imtuvui** taikome Omo dėsnį:  $i_R = u/R = (U_m \sin \omega t)/R = (U_m/R) \sin \omega t$ . Iš šios lygties

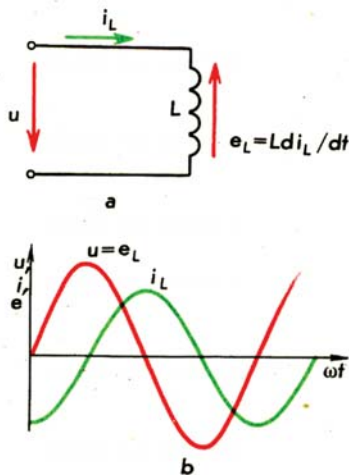
$$i_R = I_{Rm} \sin \omega t; \quad I_{Rm} = U_m/R. \quad (2.21)$$

**Induktyviajam imtuvui** taikome II Kirchhofo dėsnį:  $u = e_L$ . Įrašę  $e_L$  reikšmę iš (2.18) lygybės, gauname:  $u = L di_L/dt$ . Iš šios lygties  $di_L = (1/L) u dt$ . Induktyviojo imtuvo srovė:

$$i_L = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{1}{L} \int U_m \sin \omega t dt = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t - \pi/2);$$



2.16 pav. Idealus aktyviojo imtuvo atstojamoji schema (a) ir srovės bei įtampos sinusoidės (b)



2.17 pav. Idealus induktyviojo imtuvo atstojamoji schema (a) ir srovės, EVJ bei įtampos sinusoidės (b)



$$i_L = I_{Lm} \sin(\omega t - \pi/2); \quad I_{Lm} = U_m / (\omega L). \quad (2.22)$$

**Talpinio imtuvo srovė** (žr. (2.20)):

$$i_C = C \frac{du}{dt} = C \frac{d}{dt} U_m \sin \omega t = \omega C U_m \sin(\omega t + \pi/2),$$

$$i_C = I_{Cm} (\sin \omega t + \pi/2); \quad I_{Cm} = U_m / (1/(\omega C)). \quad (2.23)$$

Išnagrinėję gautąsias idealių aktyviųjų bei reaktyviųjų imtuvų srovių (2.21)–(2.23) išraiškas, galime padaryti tokias išvadas:

1. Jei įtampa sinusinė, srovės imtuvuose taip pat sinusinės.
2. Aktyviajame imtuve srovės ir įtampos fazės sutampa, induktyviajame srovė atsilieka  $\pi/2$  fazė nuo įtampos, o talpiniame – srovė pralenkia įtampą  $\pi/2$  fazė.
3. Visiems imtuvams galima užrašyti Omo dėsnį amplitudinėmis srovės ir įtampos vertėmis. Dydis vardiklyje yra kiekvieno imtuvo varža.

Prisiminę (1.1) bei (2.2) išraiškas, galime išreikšti idealių aktyviųjų bei reaktyviųjų imtuvų varžas šitaip:

$$\begin{aligned} R &= \rho l/S; \quad X_L = \omega L = 2\pi fL; \\ X_C &= 1/(\omega C) = 1/(2\pi fC). \end{aligned} \quad (2.24)$$

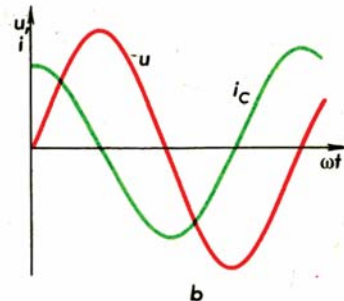
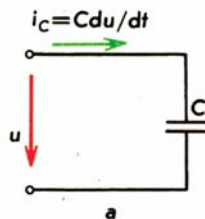
**Laidumai:**

$$\begin{aligned} G &= 1/R; \\ B_L &= 1/X_L = 1/(\omega L); \\ B_C &= 1/X_C = \omega C. \end{aligned} \quad (2.25)$$

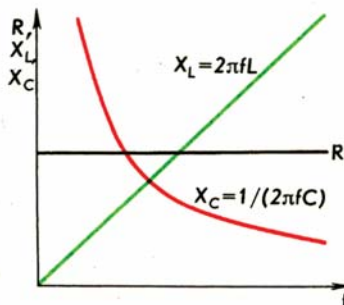
Visų – aktyviųjų ir reaktyviųjų – varžų matavimo vienetai yra omai ( $\Omega$ ), o laidumų – simensai (S).

Kaip matome, reaktyviojo imtuvo varža priklauso nuo juo tekančios srovės dažnio (2.19 pav.). Nuolatinei srovei ( $f=0$ )  $X_L=0$ ,  $X_C=\infty$ . Didėjant dažniui  $f$ , induktyviojo imtuvo varža  $X_L$  didėja, o talpinio –  $X_C$  – mažėja.

Amplitudinėmis vertėmis parašytų Omo dėsnio (2.21)–(2.23) išraiškų kairiąsias ir dešiniąsias puses padaliję iš  $\sqrt{2}$ , vietoj amplitudinių galime įrašyti efektines srovės bei įtampos vertes. Tuomet visiems imtuvams Omo dėsnio išraiška yra šitokia:



2.18 pav. Idealaus talpinio imtuvo atstojamoji schema (a) ir srovės bei įtampos sinusoidės (b)



2.19 pav. Idealaus imtuvo varžos priklausomybė nuo kintamosios srovės dažnio

$$\begin{aligned} I_R &= U/R = GU; & I_L &= U/X_L = B_L U; \\ I_C &= U/X_C = B_C U. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Visų imtuvų įtampa bei srovės pavaizduotos sinusinėmis laiko funkcijomis 2.16–2.18 pav.

**2.3 pavyzdys.** Ideali ritė, kurios induktyvumas  $L=350$  mH, prijunta prie pramoninio dažnio įtampos  $U=220$  V. Apskaičiuokime ritės varžą ir srovę.

Sprendimas.  $X_L=2\pi fL=2\pi \cdot 50 \cdot 350 \cdot 10^{-3}=110 \Omega$ .  $I=U/X_L=220/110=2,0$  A.

**2.4. pavyzdys.** Kondensatorius, kurio talpa  $C=4 \mu\text{F}$ , prijungtas prie įtampos  $U=220$  V. Apskaičiuokime jo srovę, kai įtampos dažnis yra: a)  $f_1=50$  Hz, ir b)  $f_2=400$  Hz.

Sprendimas. a) kai  $f_1=50$  Hz,  $X_{C1}=1/(2\pi f_1 C)=1/(2\pi \cdot 50 \cdot 4 \cdot 10^{-6})=796 \Omega$ ;  $I_1=U/X_{C1}=220/796=0,277$  A;

b) kai  $f_2=400$  Hz,  $X_{C2}=1/(2\pi f_2 C)=1/(2\pi \cdot 400 \cdot 4 \cdot 10^{-6})=99,5 \Omega$ ;  $I_2=U/X_{C2}=220/99,5=2,21$  A.

**2.3.3. Omo' dėsnio išraiška kompleksiniais dydžiais.** Atsižvelgdami į kiekvieno dydžio pradinę fazę (žr. (2.21)–(2.23) lygybes), visų imtuvų kompleksinę įtampą ir srovės galime užrašyti šitaip:

$$\begin{aligned} \underline{U} &= Ue^{j0^\circ} = U, \\ \underline{I}_R &= I_R e^{j0^\circ} = I_R, \\ \underline{I}_L &= I_L e^{-j90^\circ} = -jI_L, \\ \underline{I}_C &= I_C e^{j90^\circ} = jI_C. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Įrašę efektines srovių vertes iš (2.26) lygčių ir prisiminę, kad  $\underline{U}=U$ , turime:

$$\underline{I}_R = \underline{U}/R; \quad \underline{I}_L = -j\underline{U}/X_L; \quad \underline{I}_C = j\underline{U}/X_C.$$

Pertvarkysime šias lygtis taip, kad jų dešiniųjų pusių skaitikliuose liktų tik  $\underline{U}$ . Gauname **Omo' dėsnį**, užrašytą idealiems imtuvams **kompleksiniais dydžiais**. Bendruoju atveju:

$$\underline{I}_R = \underline{U}_R/R; \quad \underline{I}_L = \underline{U}_L/(jX_L); \quad \underline{I}_C = \underline{U}_C/(-jX_C); \quad (2.28)$$

čia  $R$ ,  $jX_L$  ir  $-jX_C$  – idealių imtuvų kompleksinės varžos.

Prisiminę, kad laidumas yra varžai atvirkštinis dydis, galėsime parašyti idealių imtuvų **kompleksinius laidumus**:

$$1/R = G; \quad 1/(jX_L) = -jB_L; \quad 1/(-jX_C) = jB_C. \quad (2.29)$$

Įrašę juos į (2.28) lygybes, gausime šitokias Omo dėsnio išraiškas idealiems imtuvams:

$$\underline{I}_R = G\underline{U}_R; \quad \underline{I}_L = -jB_L\underline{U}_L; \quad \underline{I}_C = jB_C\underline{U}_C. \quad (2.30)$$

Kaip matome iš (2.28) ir (2.29) lygybių, reaktyviųjų imtuvų kompleksinių varžų bei laidumų išraiškose yra daugiklis  $\pm j$  – pasukimo operatorius, kadangi tokių imtuvų įtampa ir srovė skiriasi faze  $\pm \pi/2$  (2.20 pav.).

**2.3.4. Idealių imtuvų galia ir energija.** Momentinė galios vertė  $p = ui$ . Įrašę momentines įtampos bei (2.21)–(2.23) srovių išraiškas, gauname kiekvieno idealaus imtuvo momentinę galią:

$$p_R = ui_R = U_m \sin \omega t \cdot I_{Rm} \sin \omega t = U_m I_{Rm} \sin^2 \omega t,$$

$$p_L = ui_L = U_m \sin \omega t \cdot I_{Lm} \sin(\omega t - \pi/2) = \\ = -U_m I_{Lm} \sin \omega t \cdot \cos \omega t,$$

$$p_C = ui_C = U_m \sin \omega t \cdot I_{Cm} \sin(\omega t + \pi/2) = \\ = U_m I_{Cm} \sin \omega t \cdot \cos \omega t.$$

Padauginę galutines galios išraiškas iš 2/2, amplitudines srovių bei įtampų vertes galime pakeisti efektinėmis. Pakeitę dar ir  $\sin^2 \omega t$  bei  $\sin \omega t \cdot \cos \omega t$  dvigubo dažnio trigonometrinėmis funkcijomis, gauname:

$$p_R = UI_R - UI_R \cos 2\omega t,$$

$$p_L = 0 - UI_L \sin 2\omega t,$$

$$p_C = 0 + UI_C \sin 2\omega t. \quad (2.31)$$

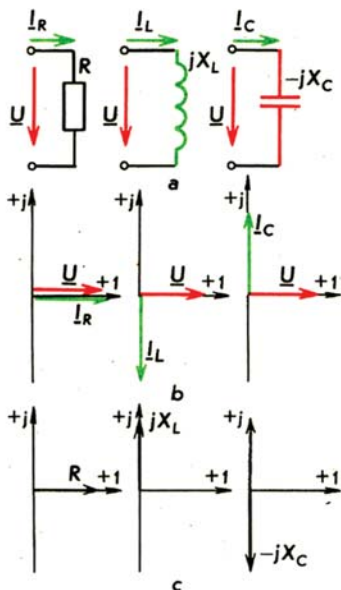
Idealių imtuvų momentinių galios verčių kitimas grafiškai atvaizduotas 2.21 pav.

Kiekvieno imtuvo energija per vieną srovės periodą išreiškiama šitaip:

$$W = \int_0^T p dt.$$

Ji yra proporcinga 2.21 pav. užbrūkšniuotiems plotams.

Iš (2.31) lygybių bei 2.21 pav. matome, kad aktyviuosiuose ir reaktyviuosiuose imtuvuose vyksta skirtingi fiziniai reiškiniai.



2.20 pav. Idealių imtuvų atstojamųjų schemos (a), įtampos, srovės (b) ir varžų (c) atvaizdai kompleksinėje plokštumoje



Aktyviajame imtuve energija yra paverčiama kitos rūšies energija ir suvartojama. Jo momentinė galios vertė laikoma teigiama. Vidutinė aktyviojo imtuvo galia yra vadinama aktyviaja ir apskaičiuojama šitaip:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_R dt = UI_R.$$

Matome, kad aktyvioji galia lygi momentinės galios nuolatinei dedamajai. Ji matuojama vatais (W).

Bendruoju atveju

$$P = U_R I_R = RI_R^2 = U_R^2/R. \quad (2.32)$$

Idealių reaktyviųjų imtuvų galia kinta dvigubu dažniu. Kai galia yra teigiama, energija kaupiama magnetiniame arba elektriniame lauke; kai galia neigiama, – gražinama šaltiniui. Induktyviojo ir talpinio imtuvų energija kinta priešingomis fazėmis: tą ketvirtadalį srovės periodo, kai energija kaupiama ritės magnetiniame lauke, kondensatorius iškraunamas ir atvirkščiai. Reaktyviųjų imtuvų momentinės galios funkcijos neturi nuolatinės dedamosios, vadinasi, reaktyviuosiuose imtuvuose energija nevartojama.

Amplitudinė momentinių galių  $p_L$  ir  $p_C$  vertė yra vadinama reaktyviaja galia. Bendruoju atveju:

$$\begin{aligned} Q_L &= U_L I_L = X_L I_L^2 = U_L^2/X_L; \\ Q_C &= U_C I_C = X_C I_C^2 = U_C^2/X_C. \end{aligned} \quad (2.33)$$

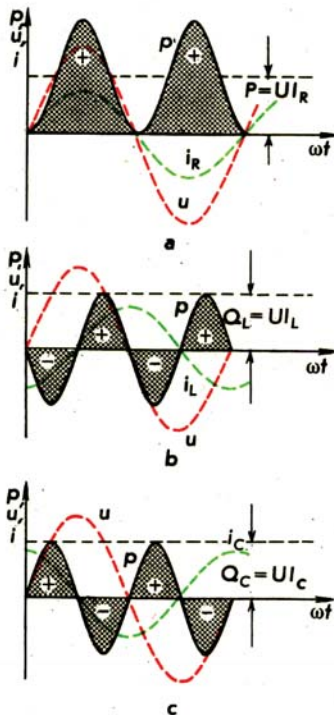
Reaktyvioji galia matuojama varais (var).

2.5 pavyzdys. Trys idealūs imtuvai, kurių  $R=180 \Omega$ ,  $L=637 \text{ mH}$  ir  $C=21,2 \mu\text{F}$ , prijungti prie 220 V 50 Hz įtampos tinklo (žr. 2.20 pav., a). Apskaičiuokime kiekvieno imtuvo kompleksinę srovę ir galią. Nubraižykime vektorinę diagramą kompleksinėje plokštumoje.

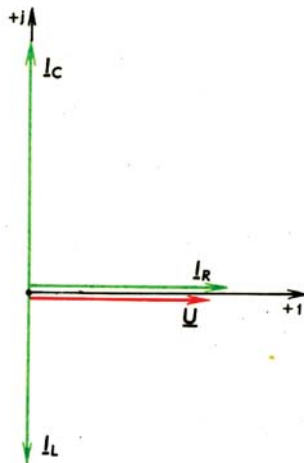
Sprendimas. Reaktyviųjų imtuvų varžos:  $X_L=2\pi fL=2\pi \cdot 50 \times 637 \cdot 10^{-3}=200 \Omega$ ;  $X_C=1/(2\pi fC)=1/(2\pi \cdot 50 \cdot 21,2 \times 10^{-6})=150 \Omega$ . Įtampos pradinė fazė nežinoma. Laikome, kad ji lygi nuliui ( $\psi_u=0$ ), ir kompleksinę įtampą užrašome šitaip:  $\underline{U}=U=220 \text{ V}$ . Taikydami Omo dėsnį, apskaičiuojame kiekvieno imtuvo kompleksinę srovę:  $\underline{I}_R=U/R=220/180=1,22 \text{ A}$ ;  $\underline{I}_L=U/(jX_L)=220/(j200)=-j1,10 \text{ A}$ ;  $\underline{I}_C=U/(-jX_C)=220/(-j150)=j1,47 \text{ A}$ .

Aktyvioji galia  $P=UI_R=220 \cdot 1,22=268 \text{ W}$ . Induktyvioji galia  $Q_L=UI_L=220 \cdot 1,1=242 \text{ var}$ . Talpinė galia  $Q_C=UI_C=220 \cdot 1,47=323 \text{ var}$ .

Vektorinei diagramai parenkame įtampos ir srovės mastelius:  $m_U=10 \text{ V/mm}$ ;  $m_I=0,05 \text{ A/mm}$ . Įtampos vektorius  $\underline{U}$  braižomas realiojoje ašyje  $220/10=22 \text{ mm}$  ilgio (2.22 pav.). Srovės  $\underline{I}_R$  fazė sutampa



2.21 pav. Aktyviojo (a), induktyviojo (b) ir talpinio imtuvo (c) galios momentinės vertės



2.22 pav.

su įtampos faze, ir jos vektorius braižomas realiojoje ašyje. Srovė  $\underline{I}_L$  atsilieka  $\pi/2$  faze nuo įtampos: jos modulis yra padaugintas iš pasukimo operatoriaus „ $-j$ “. Srovė  $\underline{I}_C$  pralenkia  $\pi/2$  faze įtampą: jos modulis turi daugiklį „ $+j$ “. Vektorių  $\underline{I}_R$ ,  $\underline{I}_L$  ir  $\underline{I}_C$  ilgiai apskaičiuojami šitai:  $1,22/0,05 = 24,4$  mm;  $1,1/0,05 = 22,0$  mm;  $1,47/0,05 = 29,4$  mm.

## 2.4

### Nuosekliai sujungtų imtuvų grandinė

Nuosekliai sujungtais imtuvais teka ta pati srovė: visoje grandinėje jos amplitudinė vertė ir fazė yra tokia pat.

**2.4.1. Omo dėsnis ir kompleksinė varža.** Trijų skirtingo pobūdžio nuosekliai sujungtų idealių imtuvų grandinei (2.23 pav.) galime pritaikyti II Kirchhofo dėsnį ir užrašyti momentinėmis įtampų vertėmis:

$$u = u_R + u_L + u_C.$$

Kiekviena šių įtampų yra sinusinė laiko funkcija, todėl momentines vertes galime pakeisti kompleksiniais dydžiais:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C. \quad (2.34)$$

Iš (2.28) Omo dėsnio:

$$\underline{U}_R = R\underline{I}; \quad \underline{U}_L = jX_L\underline{I}; \quad \underline{U}_C = -jX_C\underline{I}. \quad (2.35)$$

Įrašę įtampas į (2.34), gauname:

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I}. \quad (2.36)$$

Iš šios lygybės išreiškę srovę, gauname **Omo dėsnį**, užrašytą kompleksiniais dydžiais 2.23 pav. grandinei:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + j(X_L - X_C)} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}; \quad (2.37)$$

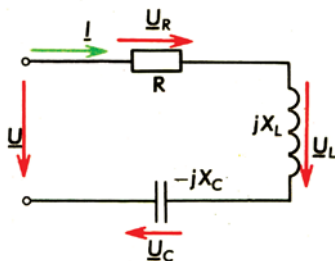
čia  $\underline{Z}$  – šios grandinės kompleksinė varža.

Iš Omo dėsnio (2.37) išraiškos:

$$\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I} = U e^{j\psi_u} / (I e^{j\psi_i}) = (U/I) e^{j(\psi_u - \psi_i)} = (U/I) e^{j\varphi};$$

čia  $\psi_u$ ,  $\psi_i$  – įtampos ir srovės pradinės fazės,  $\varphi$  – fazių skirtumas tarp įtampos ir srovės.

Pažymėję kompleksinės varžos modulį (jis dar vadinamas pilnutine varža)  $U/I = Z$ , gausime tokią jos kompleksinę išraišką, modulį ir argumentą:



2.23 pav. Nuosekliai sujungtų idealių skirtingo pobūdžio imtuvų grandinė



$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = Z e^{j\varphi},$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (2.38)$$

**2.4.2. Varžų ir įtampų trikampiai.** Varžą  $\underline{Z}$  pavaizdavę kompleksinėje plokštumoje ir suskaidę jos vektorių į dvi statmenas dedamąsias, gauname varžų trikampį (2.24 pav.).

Realiojoje ašyje nubraižytas aktyviosios varžos  $R$  vektorius, kuris yra kompleksinės varžos realiosios dalies grafinis atvaizdas. Induktyviosios varžos vektorius braižomas menamojoje ašyje teigiama, o talpinės – neigiama kryptimi. Visos grandinės reaktyviosios varžos vektorius  $jX = jX_L - jX_C$ ; jis gaunamas kaip induktyviosios ir talpinės varžų vektorių suma.

Kaip matome iš (2.38), kompleksinės varžos vektoriaus  $\underline{Z}$  kampas su realiąja ašimi visada lygus fazių skirtumui tarp įtampos ir srovės:  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ . Dėl to aktyviosios varžos vektorius visada braižomas realiojoje ašyje, o reaktyviosios – menamojoje, nepriklausomai nuo to, ar srovė turi pradinę fazę, ar jos neturi.

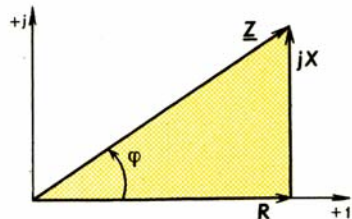
Prisiminę stačiojo trikampio ypatybes, galime parašyti lygybes, kuriomis yra susiję atvaizduotų varžų vektorių moduliai, pvz:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad R = Z \cos \varphi; \quad X = Z \sin \varphi;$$

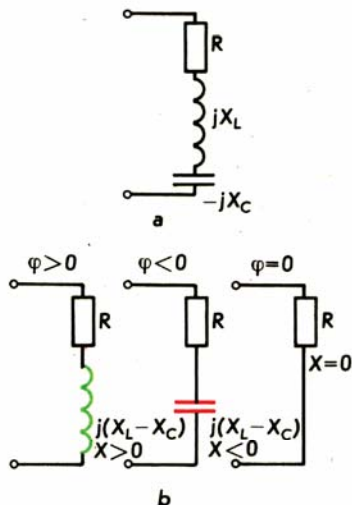
$$\operatorname{tg} \varphi = X/R. \quad (2.39)$$

Iš (2.38) lygybių bei 2.24 pav. matome, kad įtampos ir srovės fazių skirtumo  $\varphi$  ženklas priklauso nuo to, kuri iš reaktyviųjų varžų yra didesnė. Kai  $X_L > X_C$ , grandinės reaktyvioji varža  $X = (X_L - X_C) > 0$ ,  $\varphi > 0$ . Tokia grandinė yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio; joje srovė atsilieka nuo įtampos fazės  $\varphi$ . Kai  $X_L < X_C$ , grandinės reaktyvioji varža  $X = (X_L - X_C) < 0$ ,  $\varphi < 0$ . Tokia grandinė yra aktyvaus-talpinio pobūdžio; joje srovė pralenkia įtampą fazės  $\varphi$ . Kai  $X_L = X_C$ ,  $X = 0$ ,  $\varphi = 0$ . Grandinė yra aktyvaus pobūdžio; jos įtampos ir srovės fazė sutampa (2.25 pav.).

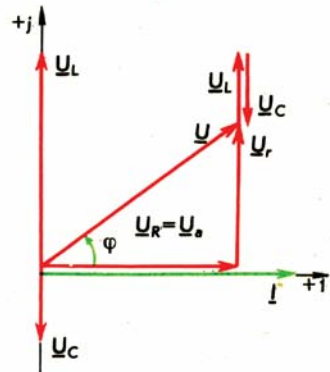
Nubraižysime vektorinę diagramą 2.23 pav. grandinei, kai  $X_L > X_C$ , todėl  $\varphi > 0$ . Kai imtuvai sujungti nuosekliai, patogiausia parinkti srovės pradinę fazę lygią nuliui:  $\psi_i = 0$ . Tokią srovę galime užrašyti šitaip:  $\underline{I} = I e^{j0^\circ} = I$ . Jos vektorius braižomas realiojoje ašyje (2.26 pav.). Iš (2.35) lygybių matome, kad induktyviojo imtuvo



2.24 pav. Varžų trikampis kompleksinėje plokštumoje



2.25 pav.



2.26 pav. Vektorinė diagrama 2.23 pav. grandinei



įtampa braižoma menamojoje ašyje teigiama kryptimi, o talpinio – neigiama. Vektorinė šių trijų įtampų suma, kaip matome iš (2.36), yra lygi tinklo įtampos vektoriui  $\underline{U}$ .

Vektorinėje diagramoje gavome **įtampų trikampį, kurio du statinius sudaro aktyviosios bei reaktyviosios įtampų vektoriai**. Bendruoju atveju jie yra žymimi  $\underline{U}_a$  ir  $\underline{U}_r$ . Tiriamajai grandinei:  $\underline{U}_a = \underline{U}_R$ ;  $\underline{U}_r = \underline{U}_L + \underline{U}_C$ . Iš įtampų trikampio:

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_r^2}; \quad U_r = U_L - U_C; \quad U_a = U \cos \varphi; \\ U_r = U \sin \varphi; \quad \operatorname{tg} \varphi = U_r / U_a. \quad (2.40)$$

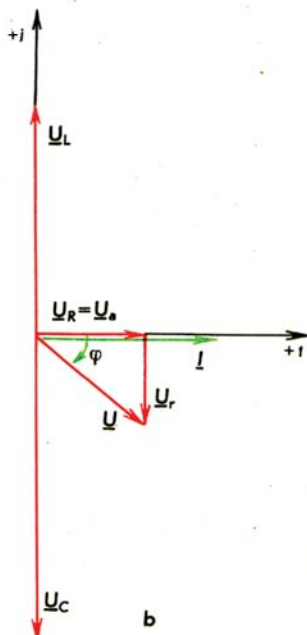
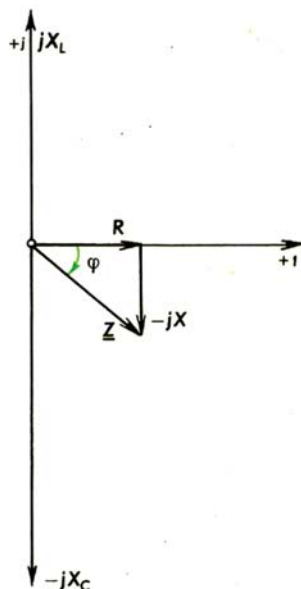
Jei grandinės srovės pradinė fazė  $\psi_i \neq 0$ , vektorinė diagrama braižoma pasukta teigiamu arba neigiamu kampu  $\psi_i$  (prieš arba laikrodžio rodyklės sukimosi kryptimi).

**2.6 pavyzdys.** Nuosekliai sujungti trys idealūs imtuvai (žr. 2.23 pav.), kurių varžos:  $R = 12 \Omega$ ;  $X_L = 30 \Omega$ ;  $X_C = 40 \Omega$ . Grandinė teka kintamoji srovė  $I = 2$  A. Apskaičiuokime imtuvų ir visos grandinės įtampą. Nubraižykime varžų trikampį ir vektorinę diagramą.

Sprendimą s. Laikome, kad srovės pradinė fazė yra lygi nuliui:  $I = Ie^{j0} = I$ . Imtuvų įtampos:  $\underline{U}_R = RI = 12 \cdot 2 = 24$  V;  $\underline{U}_L = jX_L I = j30 \cdot 2 = j60$  V;  $\underline{U}_C = -jX_C I = -j40 \cdot 2 = -j80$  V. Grandinės įtampa:  $\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = 24 + j60 - j80 = 24 - j20$  (V). Varžų trikampiui nubraižyti pasirenkame mastelį  $m_z = m_R = m_X = 1,0 \Omega/\text{mm}$ . Aktyviosios varžos vektorius braižomas realiojoje ašyje, induktyviosios – menamojoje teigiama kryptimi, o talpinės – menamojoje neigiama kryptimi (2.27 pav., a). Matome, kad grandinės reaktyvioji varža  $X = 30 - 40 = -10 \Omega$  ir yra talpinio pobūdžio, o kampas  $\varphi < 0$ . Susumavę aktyviosios ir reaktyviosios varžos vektorius, gauname visos grandinės kompleksinės varžos vektorių  $\underline{Z}$ . Jos modulis  $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{12^2 + (-10)^2} = 15,6 \Omega$  ir argumentas  $\varphi = \operatorname{arctg}(-10/12) = -39,8^\circ$ .

Parinkime srovės mastelį  $m_i = 0,1$  A/mm ir įtampos mastelį  $m_U = 2,0$  V/mm. Srovės ir aktyviosios įtampos vektorius braižome realiojoje ašyje, o induktyviosios ir talpinės įtampų vektorius – menamojoje ašyje. Grandinės įtampa  $\underline{U}$  lygi visų imtuvų įtampų vektoriinei sumai. Jos modulis  $U = \sqrt{U_a^2 + U_r^2} = \sqrt{24^2 + (-20)^2} = 31,2$  V; argumentas  $\varphi = \operatorname{arctg}(-U_r/U_a) = \operatorname{arctg}(-20/24) = -39,8^\circ$ . Grafiškai gautos jos modulio ir argumento vertės turi būti artimos apskaičiuotoms. Jei ši sąlyga nepatenkinama, vektorinėje diagramoje arba skaičiavimuose yra klaidų.

**2.4.3. Realių imtuvų grandinė ir ekvivalentinis imtuvas.** Praktikoje dažniausiai pasitaiko aktyvaus-induktyvaus arba aktyvaus-talpinio pobūdžio imtuvai. Kad būtų paprasčiau tirti grandinę, atstojojamojoje schemoje juos galima pavaizduoti dviem nuosekliai sujungtais idealiais: aktyvioju ir reaktyvioju. Šių idealių imtuvų parametrai ( $R$  ir  $X$ ) turi būti tokie, kad **gran-**



2.27 pav. 2.6 pavyzdžio grandinės varžų trikampis (a) ir vektorinė diagrama (b)

dinės srovė ir įtampa po šio pakeitimo išliktų nepakitusios. (Turi išlikti nepakitusios ne tik jų amplitudės, bet ir fazės.)

Bendruoju atveju realaus imtuvo kompleksinė varža  $\underline{Z} = R + jX$ , o jos menamoji dalis gali būti teigiama (reaktyvioji varža – induktyvaus pobūdžio) arba neigiama (reaktyvioji varža – talpinio pobūdžio).

Tarkime, kad turime nuosekliai sujungtus  $n$  realių imtuvų, kiekvieno iš kurių varža yra  $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_n$  (2.28 pav.). Grandinė prijungta prie įtamos  $\underline{U} = Ue^{j\psi_u}$ , ja teka srovė  $\underline{I} = Ie^{j\psi_i}$ , kiekvieno imtuvo įtampa  $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \dots, \underline{U}_n$ . Pritaikę visai grandinei II Kirchhofo dėsnį, galime užrašyti:  $\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \dots + \underline{U}_n$ . Pritaikę Omo dėsnį kiekvienam imtuvui, gauname:

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{Z}_1 \underline{I} + \underline{Z}_2 \underline{I} + \dots + \underline{Z}_n \underline{I} = \\ &= (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \dots + \underline{Z}_n) \underline{I} = \underline{Z}_e \underline{I}. \end{aligned}$$

Kaip matome, grandinės įtampa ir srovė nepakis, jei visus nuosekliai sujungtus imtuvus pakeisime vienu ekvivalentiniu, kurio kompleksinė varža yra  $\underline{Z}_e$ .

Omo dėsnį ekvivalentiniam imtuvui galima užrašyti šitaip:

$$\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z}_e. \quad (2.41)$$

**Ekvivalentinio imtuvo kompleksinė varža**

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \dots + \underline{Z}_n. \quad (2.42)$$

Įrašę kiekvieno realaus imtuvo kompleksinę varžą, gauname:

$$\underline{Z}_e = (R_1 + jX_1) + (R_2 + jX_2) + \dots + (R_n + jX_n).$$

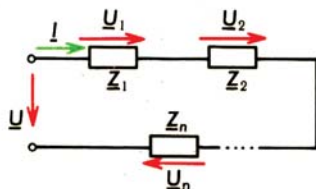
Iš čia:

$$\underline{Z}_e = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) + j(X_1 + X_2 + \dots + X_n).$$

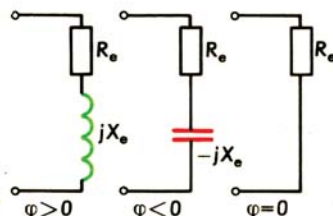
**Nuosekliai sujungtų imtuvų grandinės ekvivalentinio imtuvo varžos**, kurios dažnai vadinamos tiesiog grandinės ekvivalentinėmis varžomis, apskaičiuojamos šitaip:

$$\underline{Z}_e = \Sigma \underline{Z}; \quad R_e = \Sigma R; \quad X_e = \Sigma X = \Sigma X_L - \Sigma X_C. \quad (2.43)$$

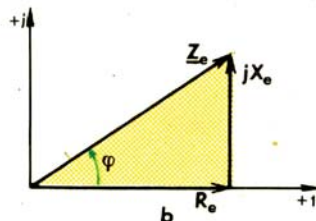
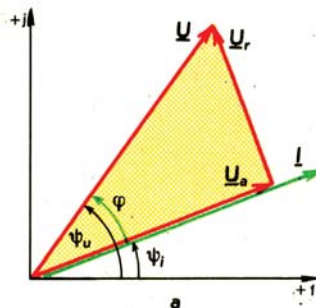
**Ekvivalentinio imtuvo kompleksinė varža yra lygi nuosekliai sujungtų imtuvų kompleksinių varžų sumai. Nuosekliai sujungtų imtuvų kompleksinė varža yra lygi nuosekliai sujungtų imtuvų kompleksinių varžų sumai.**



2.28 pav. Nuosekliai sujungtų realių imtuvų grandinė



2.29 pav. Ekvivalentiniai imtuvai, kuriais galima pakeisti bet kurią nuosekliai sujungtų imtuvų grandinę



2.30 pav. Aktyvaus-induktyvaus pobūdžio grandinės vektorinė diagrama (a) ir varžų trikampis (b)



sekliai sujungtų imtuvų aktyviosios varžos sudedamos aritmetiškai, o reaktyviosios – algebriškai.

Ekvivalentinio imtuvo kompleksine varža, jos modulis bei argumentas:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_e &= R_e + jX_e = Z_e e^{j\varphi_e}; \\ Z_e &= \sqrt{R_e^2 + X_e^2}; \\ \varphi_e &= \arctg(X_e/R_e). \end{aligned} \quad (2.44)$$

Pastebėsime, kad argumentas yra lygus fazių skirtumui tarp visos grandinės įtampos ir srovės:  $\varphi_e = \varphi = \psi_u - \psi_i$ .

Realios grandinės ekvivalentinis imtuvas gali būti (2.29 pav.): a) aktyvaus-induktyvaus pobūdžio ( $\varphi > 0$ ); b) aktyvaus-talpinio pobūdžio ( $\varphi < 0$ ); c) tik aktyvaus pobūdžio ( $\varphi = 0$ ). Nuosekliai sujungtus imtuvus pakeisti ekvivalentiniu labai patogu, kai reikia tirti tik visos grandinės darbo režimą, o atskirų imtuvų – nebūtina.

Nubraižysime vektorinę diagramą (2.30 pav., a) nuosekliai sujungtų imtuvų grandinei, laikydami, kad jai ekvivalentinis imtuvas yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio ( $X_e > 0$ ;  $\varphi > 0$ ). Srovės vektorius  $\underline{I} = I e^{j\psi_i}$  braižomas teigiamu kampu  $\psi_i$  realiosios ašies atžvilgiu. Įtampos vektorių galima nubraižyti, apskaičiavus jo aktyviąją ir reaktyviąją dedamąsias:  $\underline{U} = \underline{U}_a + \underline{U}_r = R_e \underline{I} + jX_e \underline{I}$ .

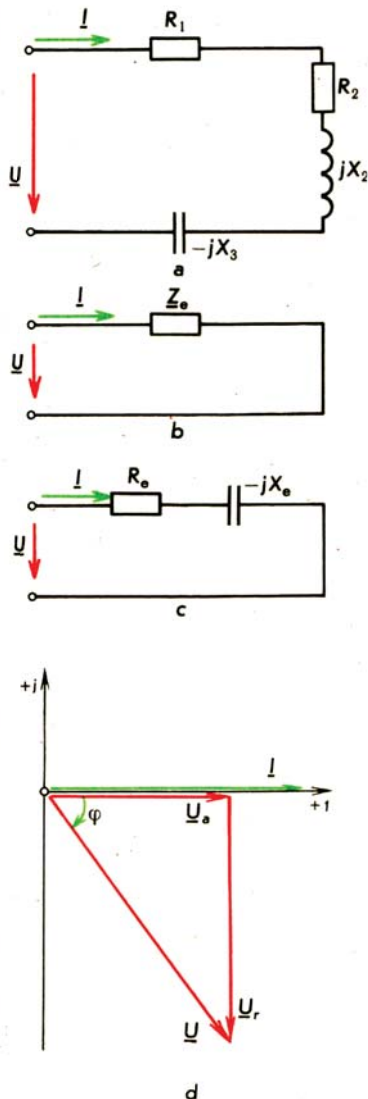
Aktyviosios dedamosios vektorių  $\underline{U}_a$  braižomas srovės vektoriiaus kryptimi, o reaktyviosios  $\underline{U}_r$  vektorių pasukamas srovės vektoriiaus atžvilgiu  $+\pi/2$  kampu. Šių dedamųjų vektorinė suma yra bendros įtampos  $\underline{U}$  vektorių; kampas tarp jo ir realiosios ašies – įtampos pradinė fazė  $\psi_u$ , o tarp įtampos ir srovės vektorių – fazių skirtumas  $\varphi$ .

Varžų trikampis sudaromas, atidedant ekvivalentinio imtuvo aktyviosios  $R_e$ , reaktyviosios  $jX_e$  ir kompleksinės varžos  $\underline{Z}_e$  vektorių (2.30 pav., b). Kaip jau buvo aiškinta, varžų trikampio padėtis kompleksinėje plokštumoje nepriklauso nuo to, ar srovė turi pradinę fazę  $\psi_i$ , ar jos neturi ( $\psi_i = 0$ ).

**2.7 pavyzdys.** Nuosekliai sujungti: šildymo elementas, kurio varža  $R_1 = 23 \Omega$ ; reali ritė, kurios  $Z_2 = 60 \Omega$ ,  $\cos \varphi_2 = 0,88$ , ir kondensatorius, kurio varža  $X_3 = 130 \Omega$ . Apskaičiuokime, kokia turi būti tinklo įtampa, kad grandine tekėtų 3 A srovė.

Sprendimas. Nubraižome šių trijų nuosekliai sujungtų imtuvų atstojamąją schemą ir pakeičiame juos ekvivalentiniu imtuvu (2.31 pav., a ir b). Šildymo elementas yra idealus aktyvusis, o kondensatorius – idealus reaktyvusis imtuvas. Reali ritė yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio imtuvas.

Pagal Omo dėsnį tinklo įtampa:  $\underline{U} = \underline{Z}_e \underline{I}$ . Visos grandinės ekvivalentinio imtuvo varža:  $\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = R_1 + R_2 + jX_2 - jX_3$ . Matome, kad yra nežinomos ritės aktyvioji ir induktyvioji varžos, kurias galime apskaičiuoti iš varžų trikampio:  $R_2 = Z_2 \cdot \cos \varphi_2 = 60 \cdot 0,88 =$



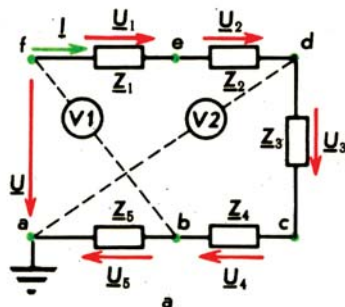
2.31 pav. 2.7 pavyzdžio grandinės atstojamoji schema (a), ekvivalentinio imtuvo schemas (b ir c) ir vektorinė diagrama (d)



$= 52,8 \Omega$ ;  $X_1 = \sqrt{Z_1^2 - R_1^2} = \sqrt{60^2 - 52,8^2} = 28,5 \Omega$ . Irašę reikšmes gauname:  $Z_1 = 23 + 52,8 + j28,5 - j130 = 75,8 - j101,5 (\Omega)$ . Gavome, kad ekvivalentinis imtuvas yra aktyvaus-talpinio pobūdžio, todėl jį galima pavaizduoti konkretesne schema (2.31 pav., c).

Tinklo įtampa  $\underline{U} = (75,8 - j101,5) \cdot 3 = 227,4 - j304,5 (V)$ . Jos modulis  $U = \sqrt{U_a^2 + U_b^2} = \sqrt{227,4^2 + (-304,5)^2} = 380 V$ .

Vektorinei diagramai nubraižyti (2.31 pav., d) parenkame srovės ir įtampos mastelius:  $m_I = 0,1 A/mm$ ;  $m_U = 10 V/mm$ . Srovės pradinę fazę laikome lygia nuliui. Jos vektorius braižomas realiojoje ašyje. Įtampos aktyvioji ir reaktyvioji dedamosios jau apskaičiuotos:  $\underline{U}_a = 227,4 V$ ;  $\underline{U}_b = -j304,5 V$ . Jų vektorinė suma yra tinklo įtampos vektorius, kurio ilgį padauginę iš mastelio, turime gauti 380 V.



**2.4.4. Potencialinė vektorinė diagrama.** Ši vektorinė diagrama sudaroma, braižant imtuvų įtampų vektorius ir juos sumuojant ta tvarka, kuria imtuvai yra sujungti. Paprastai grandinės mažiausio potencialo taškas (sutarinis neigiamas tinklo gnybtas) laikomas pradiniu, t. y. jo potencialas prilyginamas nuliui, ir diagramos pirmojo vektoriaus pradžia sutapdinama su koordinatinių ašių susikirtimo tašku. Visų imtuvų įtampų vektoriai braižomi paeiliui vienas po kito, nuosekliai pereinant į vis aukštesnio potencialo tašką. Taip apeinama visa grandinė iki sutartinio teigiamo tinklo gnybto. Sujungę vektorinės diagramos pradžia su paskutinio vektoriaus viršūne, visas įtampas susumuojame ir gauname tinklo įtampos vektorių.

Tarkime, kad grandinėje yra nuosekliai sujungti penki imtuvai (2.32 pav.), kurių kompleksinės varžos yra tokios:  $Z_1 = Z_1 e^{j\varphi_1}$ ;  $Z_2 = Z_2 e^{j\varphi_2}$ ;  $Z_3 = Z_3 e^{j\varphi_3}$ ;  $Z_4 = Z_4 e^{j\varphi_4}$ ;  $Z_5 = Z_5 e^{j\varphi_5}$ . Iš kompleksinių varžų argumentų matome, kad pirmasis imtuvas yra idealus induktyvusis, antrasis ir ketvirtasis – idealūs aktyvieji. Tarkime, kad trečiasis ir penktasis realūs imtuvai yra aktyvaus-induktyvaus ( $\varphi_3 > 0$ ) bei aktyvaus-talpinio pobūdžio ( $\varphi_5 < 0$ ).

Pagal II Kirchhofo dėsnį:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \underline{U}_4 + \underline{U}_5.$$

Tarkime, kad srovė  $\underline{I} = I e^{j\omega t} = I$ . Kiekvieno imtuvo įtampa:

$$\underline{U}_1 = Z_1 \underline{I} = Z_1 e^{j\varphi_1} \cdot I = Z_1 I e^{j\varphi_1},$$

$$\underline{U}_2 = Z_2 \underline{I} = Z_2 e^{j\varphi_2} \cdot I = Z_2 I,$$

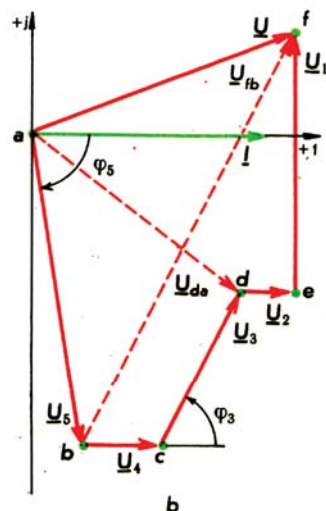
$$\underline{U}_3 = Z_3 \underline{I} = Z_3 e^{j\varphi_3} \cdot I = Z_3 I e^{j\varphi_3},$$

$$\underline{U}_4 = Z_4 \underline{I} = Z_4 e^{j\varphi_4} \cdot I = Z_4 I,$$

$$\underline{U}_5 = Z_5 \underline{I} = Z_5 e^{j\varphi_5} \cdot I = Z_5 I e^{j\varphi_5}.$$

Kaip matome, kiekvieno imtuvo kompleksinės įtampos argumentas lieka toks pat kaip ir kompleksinės varžos, nes srovės vektorius sutapdinome su realiąja ašimi.

Potencialinei vektorinei diagramai sudaryti grandinės schemoje pažymime imtuvų sujungimo taškus, pradėdami nuo taško *a*, kurio potencialas laikomas nuliniu. Realiojoje kompleksinės plokštumos koordinatinių ašyje braižomas srovės  $\underline{I}$  vektorius. Koordinatinių ašių susikirtimo taškas pažymimas raide *a* ir iš jo pasirinktu masteliu paeiliui braižomas kiekvieno imtuvo įtampos vektorius tuo nuoseklumu, kuriuo sujungti imtuvai grandinės kontūro kryptimi *abcdef*. Vektorius  $\underline{U}_1$  braižomas neigiamu kampu  $\varphi_1$ ,  $\underline{U}_4$  – lygiagrečiai realiajai ašiai,  $\underline{U}_3$  – teigiamu kampu  $\varphi_3$ ,  $\underline{U}_5$  – lygiagrečiai realiajai ašiai ir  $\underline{U}_1$  –



2.32 pav. Nuosekliai sujungtų imtuvų grandinės schema (a) ir potencialinė vektorinė diagrama (b)

lygiagrečiai menamajai ašiai teigiama kryptimi. Kiekvieno vektoriaus viršūnė pažymima taškais  $b, c, d, e, f$ , laikantis to paties nuosekumo. Šie taškai kompleksinėje plokštumoje yra kiekvieno tokio pat grandinės taško potencialo atvaizdas. Sujungę vektorinėje diagramoje tašką  $a$  su paskutiniu tašku  $f$  tašku, susumuojame visų įtampų vektorius ir gauname tinklo įtampos  $\underline{U}$  vektorių, kuris turi būti nukreiptas iš sutartinio žemesnio potencialo taško  $a$  į aukščiausio potencialo tašką  $f$ .

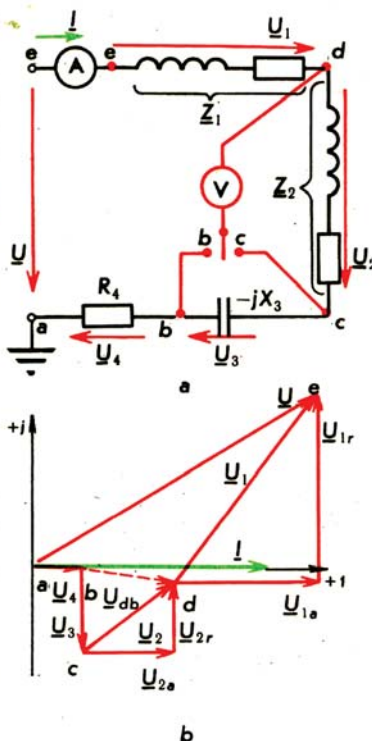
Potencialinė vektorinė diagrama yra patogii tuo, kad iš jos galima sužinoti, kokia įtampa yra tarp bet kurių dviejų grandinės taškų. Pavyzdžiui, norint gauti įtampos  $\underline{U}_{ab}$  vektorių (grandinėje tarp šių taškų parodytas voltmetras  $V_2$ ), potencialinės vektorinės diagramos taškus  $a$  ir  $d$  reikia sujungti vektoriškai, kurio rodyklė turi būti nukreipta iš taško  $a$  į tašką  $d$ . Įtampos  $\underline{U}_{ab}$  efektinė vertė gaunama, padauginus vektoriaus ilgį iš mastelio, o jos fazė lygi kampui, kurį vektorius sudaro su realiaja ašimi. Analogiškai galima sužinoti įtampą  $\underline{U}_{rb}$  (jos efektinę vertę rodo voltmetras  $V_1$ ) ar kurią nors kitą.

**2.8 pavyzdys.** Nuosekliai sujungti imtuvai (2.33 pav.):  $\underline{Z}_1 = 60 + j80 \Omega$ ;  $\underline{Z}_2 = 40 + j30 \Omega$ ;  $\underline{Z}_3 = -j40 \Omega$ ;  $\underline{Z}_4 = R_4 = 20 \Omega$ . Kai jungiklis yra  $c$  padėtyje, voltmetras rodo 80 V. Apskaičiuokime grandinės srovę ir įtampą, kurią rodo voltmetras, kai jungiklis yra  $b$  padėtyje. Sudarykime potencialinę vektorinę diagramą ir joje pavaizduokime vektorių įtampų, kurias rodo voltmetras, kai jungiklis yra  $c$  ir  $b$  padėtyse.

**Sprendimas.** Remiantis Omo dėsniu,  $I = U_{ac}/Z_2 = U_{ac}/\sqrt{R_2^2 + X_2^2} = 80/\sqrt{40^2 + 30^2} = 1,6$  A. Toliau skaičiuodami laikysime, kad srovės pradinė fazė lygi nuliui:  $I = Ie^{j0^\circ} = 1,6$  A. Kiekvieno imtuvo įtampa:  $\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 I = (60 + j80) \cdot 1,6 = 96 + j128$  (V);  $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 I = (40 + j30) \cdot 1,6 = 64 + j48$  (V);  $\underline{U}_3 = \underline{Z}_3 I = -j40 \cdot 1,6 = -j64$  V;  $\underline{U}_4 = \underline{Z}_4 I = 20 \cdot 1,6 = 32$  V. Kai jungiklis yra  $b$  padėtyje, voltmetras rodo įtampą  $\underline{U}_{ab}$ , kurią galime apskaičiuoti pagal II Kirchhofo dėsnį:  $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_3 + \underline{U}_4 = 64 + j48 - j64 = 64 - j16 = 66e^{-j14^\circ}$ . Voltmetras rodo jos efektinę vertę, t. y. 66 V.

Potencialinę vektorinę diagramą sudarome pasirinkę srovės ir įtampų mastelius:  $m_I = 0,05$  A/mm ir  $m_U = 5,0$  V/mm. Srovės vektorius braižomas realiojoje ašyje. Koordinatų pradžią pažymime tašku  $a$  ir iš jos realiosios ašies kryptimi (ketvirtasis imtuvas aktyvusis) braižome vektorių  $\underline{U}_4$ , kurio viršūnės tašką pažymime raide  $b$ . Įtampų vektorius  $\underline{U}_3$  braižomas menamojoje ašyje neigiama kryptimi (trečiasis imtuvas talpinis); jo viršūnė –  $c$ . Kadangi įtampų  $\underline{U}_2$  ir  $\underline{U}_1$  žinomos aktyviosios bei reaktyviosios dedamosios, patogiu vektorinėje diagramoje atidėti jas, o kiekvieno imtuvo įtampų vektorių gauti kaip vektorinę šių dedamųjų sumą. Vektoriaus  $\underline{U}_2$  viršūnė yra taškas  $d$ , o vektoriaus  $\underline{U}_1$  – taškas  $e$ . Sujungę koordinatų pradžios tašką  $a$  su paskutinio vektoriaus viršūnės tašku  $e$ , visų imtuvų įtampų vektorius susumuojame ir gauname tinklo įtampą  $\underline{U} = \underline{U}_{ea} = \underline{U}_4 + \underline{U}_3 + \underline{U}_2 + \underline{U}_1$ .

Kaip matome, kai jungiklis yra  $c$  padėtyje, voltmetras rodo antrojo imtuvo įtampą  $U_{ac} = U_2 = \sqrt{U_{2a}^2 + U_{2r}^2} = \sqrt{64^2 + 48^2} = 80$  V. Sujungę potencialinės diagramos taškus  $b$  ir  $d$ , gausime vektorių  $\underline{U}_{db}$  įtampą, kurią rodo voltmetras, kai jungiklis yra  $b$  padėtyje. Šio vektoriaus kryptis – iš žemesnio potencialo taško  $b$  į aukštesnio potencialo tašką  $d$ . Žemesnio potencialo tašką laikomas  $b$ , nes jo link pažymėta sutartinė srovės kryptis.



2.33 pav. 2.8 pavyzdžio grandinės schema (a) ir potencialinė vektorinė diagrama (b)



## 2.5

## Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinė

Lygiagrečiai sujungtų imtuvų įtampa yra ta pati: kiekvieno imtuvo įtampa yra tos pačios amplitudės ir fazės. Praktikoje taip imtuvai jungiami dažniausiai, nes kiekvienas iš jų gali veikti reikiamu režimu nepriklausomai nuo kitų imtuvų.

**2.5.1. I Kirchhofo dėsnis; srovių trikampis.** Tarkime, kad yra lygiagrečiai sujungti du realūs imtuvai (2.34 pav.). Tirti lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandines patogiu, laikant įtampas, prie kurios jie prijungti, pradinę fazę lygia nuliui:

$$\underline{U} = Ue^{j0^\circ} = U.$$

Kiekvienam imtuvui galime pritaikyti Omo dėsnį:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}/\underline{Z}_1; \quad \underline{I}_2 = \underline{U}/\underline{Z}_2.$$

Imtuvų varžos:

$$\underline{Z}_1 = Z_1 e^{j\varphi_1}; \quad \underline{Z}_2 = Z_2 e^{j\varphi_2} (\varphi_1 > 0; \varphi_2 < 0).$$

Įrašę į srovių išraiškas, turime:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}/(Z_1 e^{j\varphi_1}) = (U/Z_1) e^{-j\varphi_1} = I_{1a} - jI_{1r} = \underline{I}_{1a} + \underline{I}_{1r};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}/(Z_2 e^{j\varphi_2}) = (U/Z_2) e^{-j\varphi_2} = I_{2a} - jI_{2r} = \underline{I}_{2a} + \underline{I}_{2r};$$

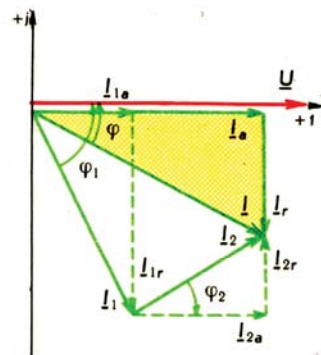
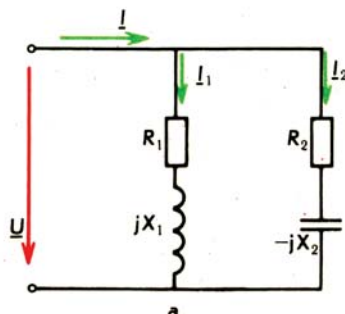
čia  $\underline{I}_{1a}$  ir  $\underline{I}_{2a}$  – kompleksinių srovių  $\underline{I}_1$  ir  $\underline{I}_2$  aktyviosios, o  $\underline{I}_{1r}$  ir  $\underline{I}_{2r}$  – reaktyviosios dedamosios ( $I_{1r} > 0$ ;  $I_{2r} < 0$ ).

Pagal I Kirchhofo dėsnį visos grandinės srovė:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (I_{1a} - jI_{1r}) + (I_{2a} - jI_{2r}) = \\ &= (I_{1a} + I_{2a}) - j(I_{1r} + I_{2r}) = I_a - jI_r = \underline{I}_a + \underline{I}_r; \end{aligned}$$

čia  $\underline{I}_a = I_{1a} + I_{2a}$  ir  $\underline{I}_r = -jI_r = -j(I_{1r} + I_{2r})$  – kompleksinės srovės aktyvioji ir reaktyvioji dedamosios.  $I_r > 0$ , kai  $I_{1r} > I_{2r}$ , t.y.  $I_L > I_C$ . Tuo atveju srovės reaktyvioji dedamoji  $I_r$  atsilieka nuo įtampos  $\underline{U}$  faze  $\pi/2$ . Kai  $I_{1r} < I_{2r}$ ,  $I_r < 0$  ir  $I_r$  pralenkia įtampą faze  $\pi/2$ .

Braižydami vektorinę diagramą, įtampos  $\underline{U}$  vektorių atidėsime realiojoje ašyje, nes pasirinkome jos pradinę fazę lygia nuliui. Pirmasis imtuvas yra aktyvaus-induktivaus pobūdžio, todėl jo srovė  $\underline{I}_1$  atsilieka nuo įtampos  $\underline{U}$  faze  $\varphi_1$  ir reaktyviosios dedamosios  $\underline{I}_{1r}$  vektorius braižomas menamojoje ašyje neigiama kryptimi. Antrojo imtuvo srovė  $\underline{I}_2$  pralenkia įtampą  $\underline{U}$  faze  $\varphi_2$ , todėl jos re-



2.34 pav. Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės atstojamoji schema (a) ir vektorinė diagrama (b)



aktyviosios dedamosios  $\underline{I}_{2r}$  vektorius braižomas menamojoje ašyje teigiama kryptimi. Visos grandinės srovė  $\underline{I}$  yra lygi vektorinei  $\underline{I}_1$  ir  $\underline{I}_2$  srovių sumai.

Vektorinėje diagramoje gavome srovių **trikampį**, iš kurio galime rašyti:

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_a^2 + I_r^2}; \quad I_r = I_L - I_C; \\ I_a &= I \cos \varphi; \quad I_r = I \sin \varphi; \quad \operatorname{tg} \varphi = I_r / I_a. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Braižydami vektorinę diagramą pasirinkome, kad  $I_{1r} > I_{2r}$ , t.y.  $I_L > I_C$ . Tokios grandinės srovė  $I$  atsilieka faze nuo įtampos ( $\varphi > 0$ ). Grandinė yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio.

Pastebėsime, kad srovių aktyviųjų ir reaktyviųjų dedamųjų sąvokos yra tik matematinės. Nereikia manyti, kad srovė, tekanti šakoje, iki tam tikro elemento yra vienokio pobūdžio, o nuo jo – jau kitokio pobūdžio. Dar kartą pabrėžiame, kad viena šaka teka ta pati srovė.

Bendruoju atveju lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės, kurios įtampos pradinė fazė yra nulinė, **kompleksinė srovė**, jos modulis ir argumentas:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_a + \underline{I}_r = I_a - jI_r = I e^{-j\varphi}; \\ I &= \sqrt{I_a^2 + I_r^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg}(I_r / I_a). \end{aligned} \quad (2.46)$$

Kai grandinė yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio,  $\varphi > 0$  ir  $I_r > 0$ . Kai grandinė yra aktyvaus-talpinio pobūdžio,  $\varphi < 0$  ir  $I_r < 0$  (kompleksinės srovės išraiškoje prieš menamąją dalį ir laipsnio rodiklyje gaunamas pliuso ženklas).

Kai yra žinomos atskirų  $n$  šakų kompleksinės srovės, visos grandinės srovę patogiausia apskaičiuoti taikant I Kirchhofo dėsnį:  $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \dots + \underline{I}_n = (I_{1a} + I_{2a} + \dots + I_{na}) - j(I_{1r} + I_{2r} + \dots + I_{nr})$ . Prisiminę (2.45) ir (2.46) lygybes, lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinei galime parašyti:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \sum_{m=1}^n \underline{I}_m; \quad I_a = \sum_{m=1}^n I_{ma}; \\ I_r &= \sum_{m=1}^n I_{mL} - \sum_{m=1}^n I_{mC}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės kompleksinė srovė lygi lygiagrečių šakų kompleksinių srovių sumai. Lygiagrečių šakų srovių aktyviųjų dedamųjų moduliai sudedami aritmetiškai, o reaktyviųjų – algebriškai.

**2.9 pavyzdys.** Lygiagrečiai sujungti trys imtuvai (2.35 pav.): reali ritė, kurios  $R_1=9\Omega$ ,  $X_1=14\Omega$ ; krosnelė, kurios  $R_2=20\Omega$ , ir kondensatorius, kurio  $X_3=40\Omega$ . Tinklo įtampa  $U=220\text{ V}$ . Apskaičiuokime kiekvieno imtuvo ir visos grandinės srovę.

Sprendimas. Kiekvienos šakos imtuvo kompleksinė varža:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = 9 + j14 = 16,7 e^{j57,26^\circ} \Omega;$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 = 20 = 20 e^{j0^\circ} \Omega; \quad \underline{Z}_3 = -jX_3 = -j40 = 40 e^{-j90^\circ} \Omega.$$

Laikysime, kad įtamos pradinė fazė yra lygi nuliui:

$$\underline{U} = 220 e^{j0^\circ} = 220 \text{ V}.$$

Iš Omo dėsnio:

$$\underline{I}_1 = \underline{U} / \underline{Z}_1 = 220 / (16,7 e^{j57,26^\circ}) = 13,2 e^{-j57,26^\circ} = 7,1 - j11,1 \text{ (A)};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U} / \underline{Z}_2 = 220 / 20 = 11 \text{ A};$$

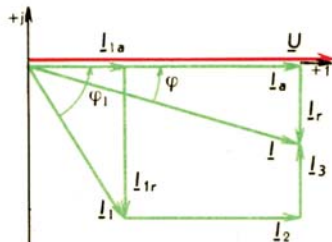
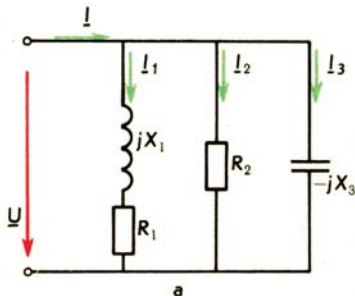
$$\underline{I}_3 = \underline{U} / \underline{Z}_3 = 220 / (40 e^{-j90^\circ}) = 5,5 e^{j90^\circ} = j5,5 \text{ A}.$$

Visos grandinės srovė:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 7,1 - j11,1 + 11 + j5,5 = 18,1 - j5,6 = \\ &= 19,0 e^{-j17,1^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

Vektorinei diagramai sudaryti parenkame mastelius:  $m_U = 5,0 \text{ V/mm}$ ;  $m_I = 0,5 \text{ A/mm}$ . Srovės vektorių  $\underline{I}$  galima sudaryti iš aktyviosios bei reaktyviosios dedamųjų, kurios yra apskaičiuotos:  $\underline{I}_a = 7,1 \text{ A}$ ,  $\underline{I}_r = -j11,1 \text{ A}$ . Nubraižę vektorių  $\underline{I}_a$ , kurį sudaro tik realioji dedamoji, bei vektorių  $\underline{I}_r$ , kurį sudaro tikai menamoji dedamoji, ir juos sudėję, gauname visos grandinės srovės  $\underline{I}$  vektorių. Jei apskaičiuota be klaidų ir vektorinė diagrama nubraižyta teisingai, šio vektoriaus ilgis, padaugintas iš mastelio, turi būti artimas apskaičiuotai srovės vertei.

Kaip matome, visa grandinė yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio, nes jos srovė  $\underline{I}$  atsilieka  $17,1^\circ$  faze nuo įtamos  $\underline{U}$ .



2.35 pav. 2.9 pavyzdžio grandinės schema (a) ir vektorinė diagrama (b)

**2.5.2. Kompleksinis laidumas ir laidumų trikampis.** Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinei tirti patogų taikyti kompleksinį laidumą. Kintamosios srovės grandinės daliai Omo dėsnį galime užrašyti šitaip:

$$\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z} = (\underline{1} / \underline{Z}) \underline{U} = \underline{Y} \underline{U}; \quad (2.48)$$

čia  $\underline{Y}$  – imtuvo kompleksinis laidumas.

Kaip matome, kompleksinis laidumas ir kompleksinė varža yra atvirkštiniai dydžiai:

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Y e^{-j\varphi} = \\ &= Y (\cos \varphi - j \sin \varphi) = G - jB. \end{aligned}$$

**Kompleksinį laidumą**, jo modulį (jis vadinamas pilnutiniu laidumu) ir argumentą galime užrašyti šitaip:

$$\underline{Y} = G - jB = Y e^{-j\varphi}; \quad Y = \sqrt{G^2 + B^2};$$

$$\varphi = \arctg(B/G). \quad (2.49)$$

Aktyvūs ( $G$ ) ir reaktyvūs ( $B$ ) laidumai:

$$G = Y \cos \varphi = \frac{1}{Z} \cdot \frac{R}{Z} = \frac{R}{Z^2};$$

$$B = Y \sin \varphi = \frac{1}{Z} \cdot \frac{X}{Z} = \frac{X}{Z^2}. \quad (2.50)$$

Kompleksinėje plokštumoje galime sudaryti **laidumų trikampį** (2.36 pav.). Pravartu atkreipti dėmesį į tai, kad to paties imtuvo kompleksinės varžos ir kompleksinio laidumo menamųjų dalių ženklai yra priešingi. Pavyzdžiui, aktyvaus-induktyvaus pobūdžio imtuvo reaktyvioji varža yra lygi  $jX_L$ , ir varžų trikampyje jos vektorius yra braižomas menamojoje ašyje teigiama kryptimi (žr. 2.24 pav.); to paties imtuvo reaktyvūs laidumas yra lygus *minus*  $jB_L$ , ir jo vektorius braižomas menamojoje ašyje neigiama kryptimi (žr. 2.36 pav.).

Dviejų lygiagrečiai sujungtų realių imtuvų grandinei (žr. 2.34 pav., a) galime parašyti:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{Y}_1 \underline{U} + \underline{Y}_2 \underline{U} = (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2) \underline{U} = \underline{Y} \underline{U}.$$

Iš čia visos grandinės kompleksinis laidumas:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = (G_1 - jB_1) + (G_2 - jB_2) =$$

$$= (G_1 + G_2) - j(B_1 + B_2) = G - jB.$$

Pasirinktosios grandinės  $\varphi_1 > 0$ ;  $\varphi_2 < 0$ , todėl  $B_1 > 0$ ;  $B_2 < 0$ . Kai  $B_1 > B_2$ , gauname  $B > 0$ , vadinasi,  $\varphi > 0$  ir grandinė yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio.

Dažnai yra patogiau apskaičiuoti srovės aktyviasias bei reaktyviasias dedamąsias, naudojantis laidumais. Taikant Omo dėsnį, kiekvienos šakos srovė (žr. 2.34 pav.):

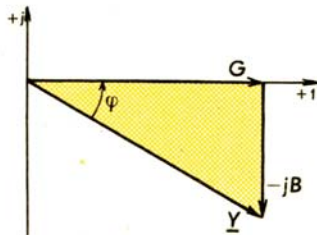
$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \underline{U} = (G_1 - jB_1) \underline{U} = G_1 \underline{U} - jB_1 \underline{U} = \underline{I}_{1a} + \underline{I}_{1r},$$

$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_2 \underline{U} = (G_2 - jB_2) \underline{U} = G_2 \underline{U} - jB_2 \underline{U} = \underline{I}_{2a} + \underline{I}_{2r}.$$

Bendruoju atveju visos grandinės ir atskirų lygiagrečiai sujungtų šakų srovės bei jų dedamąsias galime užrašyti šitaip:

$$\underline{I} = \underline{Y} \underline{U}; \quad \underline{I}_a = G \underline{U}; \quad \underline{I}_r = -jB \underline{U}. \quad (2.51)$$

Kai grandinė ar šaka yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio,  $\varphi > 0$  ir  $B > 0$ ; kai aktyvaus-talpinio,  $-\varphi < 0$  ir  $B < 0$ .



2.36 pav. Laidumų trikampis kompleksinėje plokštumoje



**2.10 pavyzdys.** Apskaičiuokime 2.9 pavyzdžio kiekvieno imtuvo bei visos grandinės (žr. 2.35 pav., a) kompleksinį laidumą ir kompleksinę srovę. Nubraižykime visos grandinės laidumų trikampį.

Sprendimas. Kiekvieno imtuvo laidumas:

$$\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1 = 1/(R_1 + jX_1) = 1/(9 + j14) = 1/(16,7 e^{j57,16^\circ}) = 59,9 \cdot 10^{-3} e^{-j57,16^\circ} = (31,9 - j50,4) \cdot 10^{-3} \text{ S};$$

$$\underline{Y}_2 = 1/R_2 = 1/20 = 50 \cdot 10^{-3} \text{ S};$$

$$\underline{Y}_3 = 1/(-jX_3) = 1/(-j40) = j25 \cdot 10^{-3} = 25 \cdot 10^{-3} e^{j90^\circ} \text{ S}.$$

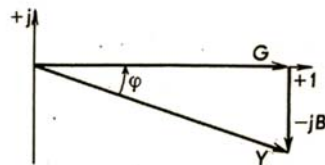
Visos grandinės kompleksinis laidumas:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = (31,9 - j50,4) \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 10^{-3} + j25 \cdot 10^{-3} = (81,9 - j25,4) \cdot 10^{-3} = 85,7 \cdot 10^{-3} e^{-j17,2^\circ} \text{ S}.$$

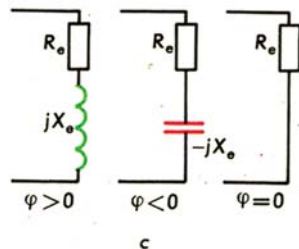
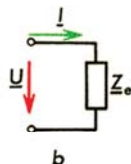
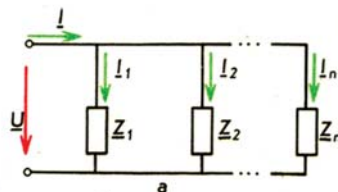
Visos grandinės srovė:

$$\underline{I} = \underline{Y} \underline{U} = 85,7 \cdot 10^{-3} e^{-j17,2^\circ} \cdot 220 = 18,9 e^{-j17,2^\circ} \text{ A}.$$

Parengame laidumų mastelį  $m_Y = m_G = m_B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ S/mm}$ . Aktyviojo laidumo ( $G = 81,9 \cdot 10^{-3} \text{ S}$ ) vektorius braižomas realiojoje ašyje teigiama, o reaktyviojo ( $B = 25,4 \cdot 10^{-3} \text{ S}$ ) – menamojoje ašyje neigiama kryptimi (2.37 pav.).



2.37 pav. 2.9 pavyzdžio grandinės laidumų trikampis kompleksinėje plokštumoje



2.38 pav. Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės schema (a) ir ekvivalentinio imtuvo schemas (b ir c)

**2.5.3. Ekvivalentinis imtuvas.** Tarkime, kad lygiagrečiai yra sujungta  $n$  imtuvų (2.38 pav.), kurių kompleksiniai laidumai yra  $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \dots, \underline{Y}_n$ . Pritaikius grandinei I Kirchofo dėsnį, visos grandinės srovė:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \dots + \underline{I}_n = \underline{Y}_1 \underline{U} + \underline{Y}_2 \underline{U} + \dots + \underline{Y}_n \underline{U} = (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \dots + \underline{Y}_n) \underline{U},$$

arba

$$\underline{I} = \underline{Y}_e \underline{U}. \quad (2.52)$$

Visos grandinės ekvivalentinis kompleksinis laidumas

$$\underline{Y}_e = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \dots + \underline{Y}_n = G_e - jB_e = Y_e e^{-j\varphi_e}. \quad (2.53)$$

Bendruoju atveju:

$$\underline{Y}_e = \Sigma \underline{Y}; \quad G_e = \Sigma G; \quad B_e = \Sigma B = \Sigma B_L - \Sigma B_C. \quad (2.54)$$

Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės ekvivalentinis kompleksinis laidumas yra lygus atskirų šakų kompleksinių laidumų sumai. Aktyvieji lygiagrečių šakų laidumai sudedami aritmetiškai, o reaktyvieji – algebriškai.

Kaip matome, grandinės įtampa ir srovė nepasikeis, jei visą grandinę pakeisime ekvivalentiniu imtuvu, kurio kompleksinis laidumas yra  $\underline{Y}_e$ . Tokio ekvivalentinio imtuvo varža:

$$\underline{Z}_e = 1/\underline{Y}_e = Z_e e^{j\varphi_e} = R_e + jX_e; \quad (2.55)$$

čia  $Z_e$  ir  $\varphi_e$  – ekvivalentinio imtuvo kompleksinės varžos modulis (pilnutinė varža) ir argumentas,  $R_e$  ir  $X_e$  – aktyvioji ir reaktyvioji varža.

Ekvivalentinio imtuvo  $Z_e = 1/Y_e$ ;  $\varphi_e = \arctg(B_e/G_e)$ . Argumentas  $\varphi_e$  yra lygus fazių skirtumui tarp visos grandinės įtampos ir srovės:  $\varphi_e = \varphi = \psi_u - \psi_i$ . Ekvivalentinio imtuvo aktyvioji ir reaktyvioji varža:  $R_e = Z_e \cos \varphi_e$ ;  $X_e = Z_e \sin \varphi_e$ .

Apie ekvivalentinio imtuvo pobūdį galima spręsti iš apskaičiuotos jo kompleksinės varžos menamosios dalies arba argumento  $\varphi$  ženklo. Ekvivalentinis imtuvas gali būti: a) aktyvaus-induktyvaus pobūdžio ( $\varphi > 0$ ); b) aktyvaus-talpinio pobūdžio ( $\varphi < 0$ ); c) aktyvaus pobūdžio ( $\varphi = 0$ ).

Ekvivalentinio imtuvo parametrai skaičiuojami tais atvejais, kai norima sužinoti visos lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės įėjimo parametrus: bendrą srovę ar įtampą, bet nėra reikalo tirti atskirų imtuvų darbo režimus.

**2.11 pavyzdys.** Reali ritė, kurios  $R_1 = 30 \Omega$ ,  $X_1 = 40 \Omega$ , ir du kondensatoriai:  $X_2 = 200 \Omega$ ,  $X_3 = 500 \Omega$ , sujungti lygiagrečiai (2.39 pav.). Apskaičiuokime šios grandinės ekvivalentinio imtuvo parametrus ir nubraižykime jo schemą.

Sprendimas. Kiekvieno imtuvo laidumas:

$$\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1 = 1/(30 + j40) = 1/(50 e^{j53,1^\circ}) = 20 \cdot 10^{-3} e^{-j53,1^\circ} = (12 - j16) \cdot 10^{-3} \text{ S};$$

$$\underline{Y}_2 = 1/(-jX_2) = 1/(-j200) = j5 \cdot 10^{-3} \text{ S};$$

$$\underline{Y}_3 = 1/(-jX_3) = 1/(-j500) = j2 \cdot 10^{-3} \text{ S}.$$

Ekvivalentinio imtuvo parametrai:

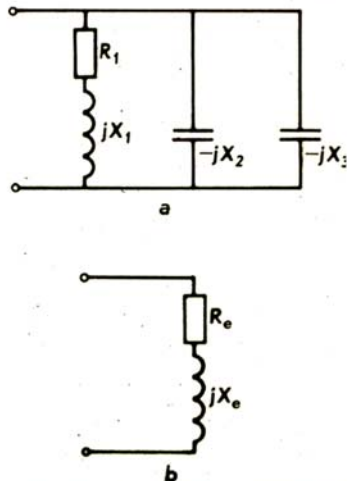
$$\underline{Y}_e = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = (12 - j16) 10^{-3} + j5 \cdot 10^{-3} + j2 \cdot 10^{-3} = (12 - j9) 10^{-3} = 15 \cdot 10^{-3} e^{-j36,9^\circ} \text{ S}.$$

$$Z_e = 1/\underline{Y}_e = 1/(15 \cdot 10^{-3} e^{-j36,9^\circ}) = 66,7 e^{j36,9^\circ} = 53,4 + j40 (\Omega).$$

Ekvivalentinis imtuvas yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio:  $\varphi > 0$ ;  $R_e = 53,4 \Omega$ ;  $X_e = 40 \Omega$ .

**2.12 pavyzdys.** Grandinę (2.40 pav., a) sudaro trys lygiagrečiai sujungtos šakos, kurių varžos tokios:  $R_{11} = 48 \Omega$ ,  $X_{11} = 55 \Omega$ ,  $R_{21} = 15 \Omega$ ,  $X_{21} = 30 \Omega$ ,  $R_{22} = 21 \Omega$ ,  $X_{22} = 143 \Omega$ ,  $X_{23} = 36 \Omega$ ,  $X_{31} = 91 \Omega$ ,  $X_{32} = 147 \Omega$ . Žinomos įtampos  $U = 220 \text{ V}$  ir trečiosios šakos srovės  $I_3 = 3,4 \text{ A}$  efektinės vertės. Apskaičiuokime trečiosios šakos varžą  $R_{31}$ , visų šakų sroves, ekvivalentinio imtuvo parametrus. Nubraižykime jo schemą ir visos grandinės vektorinę diagramą.

Sprendimas. Trečiosios šakos aktyviąją varžą galime apskaičiuoti iš tos šakos varžų trikampio:  $R_{31} = \sqrt{Z_3^2 - X_3^2}$ ; čia  $X_3 = X_{31} - X_{32}$ .



2.39 pav. 2.11 pavyzdžio grandinės schema (a) ir ekvivalentinio imtuvo schema (b)

Iš Omo dėsnio  $\underline{Z}_3$  modulis:

$$\underline{Z}_3 = U/I_3 = 220/3,4 = 64,7 \ \Omega.$$

Irašę skaičius į  $R_{31}$  išraišką, gauname:

$$R_{31} = \sqrt{(64,7)^2 - (91 - 147)^2} = 32,4 \ \Omega.$$

Kiekvienos šakos kompleksinė varža:

$$\underline{Z}_1 = R_{11} + jX_{11} = 48 + j55 = 73 \ e^{j48,9^\circ} \ \Omega;$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_2 &= (R_{21} + R_{22}) + j(X_{21} - X_{22} + X_{23}) = \\ &= (15 + 21) + j(30 - 143 + 36) = 36 - j77 = 85 \ e^{-j64,9^\circ} \ \Omega; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 &= R_{31} + j(X_{31} - X_{32}) = 32,4 + j(91 - 147) = \\ &= 32,4 - j56 = 64,7 \ e^{-j59,9^\circ} \ \Omega. \end{aligned}$$

Kiekvienos šakos ir ekvivalentinio imtuvo laidumas:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_1 &= 1/\underline{Z}_1 = 1/(73 \ e^{j48,9^\circ}) = 13,6 \cdot 10^{-3} \ e^{-j48,9^\circ} = \\ &= (8,94 - j10,2) \cdot 10^{-3} \ \text{S}; \quad \underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2 = 1/(85 \ e^{-j64,9^\circ}) = \\ &= 11,8 \cdot 10^{-3} \ e^{j64,9^\circ} = (5 + j10,7) \cdot 10^{-3} \ \text{S}; \quad \underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_3 = \\ &= 1/(64,7 \ e^{-j59,9^\circ}) = 15,5 \cdot 10^{-3} \ e^{j59,9^\circ} = (7,8 + j13,4) \cdot 10^{-3} \ \text{S}; \\ \underline{Y}_e &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = (8,94 - j10,2) \cdot 10^{-3} + (5 + j10,7) \cdot 10^{-3} + \\ &+ (7,8 + j13,4) \cdot 10^{-3} = (21,7 + j13,9) \cdot 10^{-3} = 25,8 \cdot 10^{-3} \ e^{j32,6^\circ} \ \text{S}. \end{aligned}$$

Laikome, kad lygiagrečiai sujungtų šakų įtampa yra nulinės pradinės fazės:  $\underline{U} = U e^{j0^\circ} = U$ . Kiekvienos šakos ir visos grandinės srovės:

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \underline{U} = 13,6 \cdot 10^{-3} \ e^{-j48,9^\circ} \cdot 220 = 3,0 \ e^{j48,9^\circ} = 1,97 - j2,26 \ \text{(A)};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_2 \underline{U} = 11,8 \cdot 10^{-3} \ e^{j64,9^\circ} \cdot 220 = 2,6 \ e^{j64,9^\circ} = 1,1 + j2,35 \ \text{(A)};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{Y}_3 \underline{U} = 15,5 \cdot 10^{-3} \ e^{j59,9^\circ} \cdot 220 = 3,41 \ e^{j59,9^\circ} = 1,71 + j2,95 \ \text{(A)};$$

$$\underline{I} = \underline{Y}_e \underline{U} = 25,8 \cdot 10^{-3} \ e^{j32,6^\circ} \cdot 220 = 5,67 \ e^{j32,6^\circ} = 4,78 + j3,05 \ \text{(A)}.$$

Patikriname gautą  $\underline{I}$  atsakymą, pritaikę I Kirchhofo dėsnį:

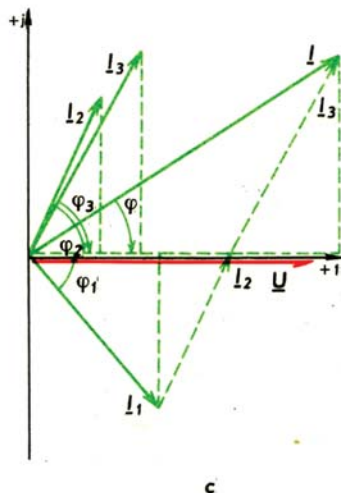
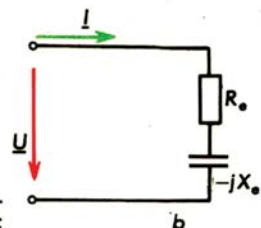
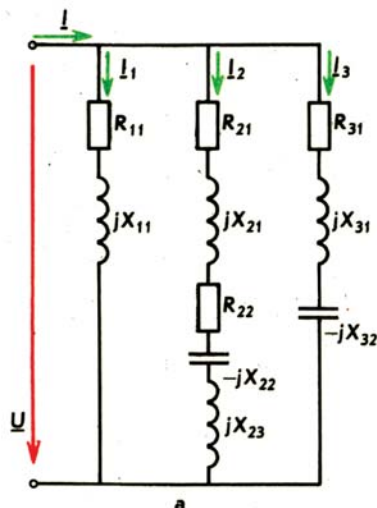
$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 1,97 - j2,26 + 1,1 + j2,35 + 1,71 + j2,95 = \\ &= 4,78 + j3,04 \ \text{(A)}. \end{aligned}$$

Ekvivalentinio imtuvo kompleksinė varža:

$$\underline{Z}_e = 1/\underline{Y}_e = 1/(25,8 \cdot 10^{-3} \ e^{j32,6^\circ}) = 38,8 \ e^{-j32,6^\circ} = 32,7 - j20,9 \ \Omega.$$

Neigiamas ekvivalentinio imtuvo kompleksinės varžos menamosios dalies ženklas rodo, kad imtuvas yra aktyvaus-talpinio pobūdžio:  $\varphi < 0$  (žr. 2.40 pav., b).

Vektorinei diagramai sudaryti parenkame mastelius:  $m_U = 5 \ \text{V/mm}$  ir  $m_I = 0,1 \ \text{A/mm}$ . Kiekvieną srovę patogiau sudaryti iš aktyviosios ir reaktyviosios dedamosios, o visos srovės vektorius  $\underline{I}$  gaunamas, vektoriškai susumuojant  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  ir  $\underline{I}_3$ . Visų srovių  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}_3$  ir  $\underline{I}$  grafiškai gauti moduliai bei kampai turi būti artimi jų analiziškai apskaičiuotoms vertėms.



2.40 pav. 2.12 pavyzdžio grandinės schema (a), ekvivalentinio imtuvo schema (b) ir vektorinė diagrama (c)



Ekvivalentinio imtuvo kompleksinė galia lygi visų imtuvų kompleksinių galių sumai. Aktyvioji galia lygi imtuvų aktyviųjų galių aritmetinei, o reaktyvioji – reaktyviųjų galių algebrinei sumai.

Ekvivalentinio imtuvo galiai apskaičiuoti taip pat galime taikyti (2.59) ir (2.61) lygybes. Kai grandinėje imtuvai sujungti nuosekliai, patogiau taikyti formules, kuriose yra varžos ( $R_e$ ,  $X_e$ ,  $Z_e$ ), o kai imtuvai sujungti lygiagrečiai, – kuriose yra laidumai ( $G_e$ ,  $B_e$ ,  $Y_e$ ).

**2.6.2. Galios koeficientas ir jo gerinimas.** Kiekvieno imtuvo ar imtuvų grupės kompleksinę galią sudaro aktyvioji ir reaktyvioji galia:

$$\underline{S} = P + jQ = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = UI e^{j\varphi}.$$

Pageidautina, kad elektros energijos šaltinis (generatorius ar transformatorius) būtų apkrautas vardine apkrova, t.y. jo srovė ir įtampa būtų vardinės ( $I_N$  ir  $U_N$ ), ir pilnutinė galia  $S_N = U_N I_N = \text{const}$ . Kadangi aktyvioji galia  $P = UI \cos \varphi$ , tai ji (esant  $UI = \text{const}$ ) proporcinga  $\cos \varphi$ . Dėl to  $\cos \varphi$  vadinamas galios koeficientu.

Iš galių ir varžų trikampių (žr. 2.41 ir 2.24 pav.):

$$\cos \varphi = P/S = R/Z. \quad (2.63)$$

Matome, kad galios koeficientas priklauso nuo imtuvo aktyviosios ir pilnutinės varžų santykio. Kuo šis santykis didesnis, tuo didesnę iš šaltinio gaunamos galios dalį sudaro aktyvioji. Kadangi aktyvioji energija paverčiama kitos rūšies energija, laikoma, kad energijos šaltinis yra tuo geriau išnaudojamas, kuo didesnis imtuvo galios koeficientas.

Antra vertus, tiekiant elektros energiją, linijose susidaro aktyviosios energijos nuostoliai, kurių galia

$$P_d = R_l I^2; \quad (2.64)$$

čia  $R_l$  – linijos aktyvioji varža,

$I$  – linija tekanti srovė.

Perduodant linija galią  $P = UI \cos \varphi$ , ja teka srovė  $I = P/(U \cos \varphi)$ . Įrašę srovės reikšmę į (2.64) lygybę, gauname:

$$P_d = \frac{R_l P^2}{U^2 \cos^2 \varphi}. \quad (2.65)$$

Kaip matome iš (2.65) lygybės, nuostolių galia linijoje tuo mažesnė, kuo didesnis imtuvų galios koeficientas.

Norint padidinti elektros energijos tiekimo sistemos (šaltinių ir linijų) ekonomiškumą, imamas specialių galios koeficiento gerinimo priemonių. Rekomenduojama parinkti variklius, kurių vardinės galios koeficiento vertės yra didesnės. Be to, daugumos variklių galios koeficientas tuo didesnis, kuo variklio apkrova artimesnė vardinėi. Dėl to patartina per mažai apkrautus variklius pakeisti mažesnės galios varikliais ir stengtis, kad jie kuo trumpiau dirbtų tuščiaja eiga ar per mažai apkrauti.

Dažniausiai šių natūralių galios koeficiento gerinimo priemonių nepakanka, todėl tenka taikyti vadinamąsias dirbtines priemones, mažinančias fazių skirtumą  $\varphi$  tarp įtampos ir srovės. Tarkime, kad imtuvo įtampos ir srovės natūralus fazių skirtumas yra  $\varphi$  ir aktyvioji galia –  $P$ . Iš galių trikampio (2.43 pav.):  $\operatorname{tg} \varphi = Q/P = (Q_L - Q_C)/P$ .

Kadangi dauguma imtuvų yra asinchroniniai varikliai, reaktyviąją galią  $Q$  galima sumažinti (kompensuoti), lygiagrečiai prijungus talpinio pobūdžio elementus. Tai gali būti sinchroniniai varikliai, dirbantys specialiu režimu, ir kondensatoriai. Pastarųjų baterijos yra prijungiamos imtuvams, atskiroms imtuvų grupėms, cechams ar net įmonėms.

Kiekvienai įmonei nurodoma, kokia turi būti jos reaktyvioji galia arba dažniau – reikiamas vidutinis  $\operatorname{tg} \varphi'$ . Galima apskaičiuoti įmonės reaktyviąją galią prieš ir po kompensavimo ( $Q$  ir  $Q'$ ) (žr. 2.43 pav.):  $Q = P \operatorname{tg} \varphi$ ;  $Q' = P \operatorname{tg} \varphi'$ . Kompensavimui reikalinga reaktyvioji galia

$$Q_C = Q - Q' = P (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi'). \quad (2.66)$$

Žinant reikalingą  $Q_C$  didumą, galima parinkti sinchroninius variklius ir kondensatorius. Norint apskaičiuoti kondensatorių talpą  $C$ , galima užrašyti jų reaktyviąją galią šitaip:

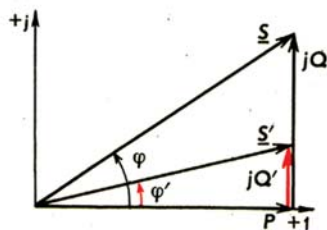
$$Q_C = B_C U^2 = \omega C U^2. \quad (2.67)$$

Sulyginę (2.66) ir (2.67) lygčių dešiniąsias puses, gauname:

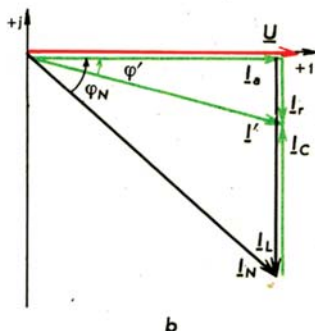
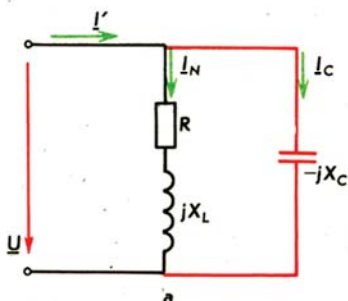
$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi'). \quad (2.68)$$

**2.14 pavyzdys.** Iš vienfazio asinchroninio variklio paso žinomi tokie jo vardiniai duomenys:  $P_N = 400 \text{ W}$ ,  $U_N = 220 \text{ V}$ ,  $\cos \varphi_N = 0,7$ . Reaktyviajai galiai kompensuoti lygiagrečiai vardinė apkrova apkrautam varikliui prijungiamas kondensatorius (2.44 pav., a).

Jo talpa  $C$  turi būti tokia, kad visos grandinės  $\cos \varphi'$  būtų lygus 0,95



2.43 pav. Galių trikampis grandinei, kurios reaktyvioji galia  $Q$  iki kompensavimo ir  $Q'$  – po kompensavimo



2.44 pav. Variklio ir galios koeficiento gerinimo kondensatoriaus atstojamoji schema (a) ir vektorinė diagrama (b)

( $\text{tg } \varphi' = 0,33$ ). Apskaičiuokime: a) kondensatoriaus talpą  $C$ ; b) variklio vardinę srovę ir visos grandinės srovę po kompensavimo.

Sprendim a s. a) Kondensatoriaus talpa apskaičiuojama iš (2.68) lygybės. Jei sąlygoje nėra kitokių nuorodų, laikome, kad variklis įjungtas į pramoninio dažnio tinklą:  $f = 50 \text{ Hz}$ ;  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi$ . Iki kompensavimo:  $\varphi_N = \arccos 0,7 = 45,57^\circ$ ;  $\text{tg } \varphi_N = \text{tg } 45,57^\circ = 1,02$ .

$$C = \frac{400}{100\pi \cdot 220^2} (1,02 - 0,33) = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 18 \text{ } \mu\text{F}.$$

b) Variklio statoriaus apvija teka vardinė srovė:  $I_N = P_N / (U_N \cos \varphi_N) = 400 / (220 \cdot 0,7) = 2,6 \text{ A}$ ; visos grandinės srovė  $I' = P_N / (U_N \cos \varphi) = 400 / (220 \cdot 0,95) = 1,95 \text{ A}$ .

Pailiustruosime šį pavyzdį vektorine diagrama (2.44 pav., b). Ją braižysime laikydami, kad  $\underline{U} = Ue^{j0^\circ} = 220e^{j0^\circ} \text{ V}$ . Variklio kompleksinė srovė  $\underline{I}_N = 2,6e^{-j45,57^\circ} = 1,82 - j1,85 \text{ (A)}$ . Po kompensavimo: kondensatoriumi teka srovė  $\underline{I}_C = jB_C U = j\omega C U = j100\pi \cdot 1,81 \cdot 10^{-5} \cdot 220 = j1,25 \text{ A}$ ; visos grandinės srovė  $\underline{I}' = \underline{I}_N + \underline{I}_C = 1,82 - j1,85 + j1,25 = 1,82 - j0,60 = 1,92e^{-j18,28^\circ} \text{ A}$ .

Kaip matome, visos grandinės srovė sumažėja nuo 2,6 iki 1,92 A, t. y. beveik 26%, dėl to, kad kondensatoriaus talpinė srovė kompensuoja variklio induktyviąją srovę. Aktyvioji srovės dedamoji  $I_a = 1,82 \text{ A}$  ir lieka nepakitusi.

## 2.7

### Rezonanso reiškiniai kintamosios srovės grandinėse

Rezonanso reiškiniai gali vykti įvairiose fizikinėse sistemose. Elektrinėse grandinėse jie pasireiškia tuo, kad reaktyvioji galia

$$Q = Q_L - Q_C = 0, \text{ kai } Q_L = Q_C \neq 0.$$

Tuomet  $\underline{S} = P + jQ = P$ . Tokia grandinė yra aktyvaus pobūdžio, nors joje ir yra reaktyviųjų imtuvų. Rezonansinės grandinės srovė ir įtampa yra tos pačios fazės:

$$\varphi = 0; \quad \cos \varphi = 1; \quad P = UI = S. \quad (2.69)$$

**2.7.1. Įtampų rezonansas.** Šis rezonansas gali vykti grandinėje, kurioje yra nuosekliai sujungti aktyvaus, induktyvaus bei talpinio pobūdžio imtuvai (2.45 pav., a). Tokios grandinės kompleksinė varža  $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = Z e^{j\varphi}$ .

Rezonanso metu  $Q = X_L I^2 - X_C I^2 = 0$ , todėl įtampų rezonanso sąlyga yra šitokia:

$$X = X_L - X_C = 0 \text{ arba } X_L = X_C. \quad (2.70)$$



Tuomet  $\underline{Z} = R$ . Iš II Kirchhofo dėsnio:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = R\underline{I}.$$

Įtampų rezonanso metu reaktyvioji ir aktyvioji įtampos dedamosios:

$$\underline{U}_r = \underline{U}_L + \underline{U}_C = 0; \quad \underline{U}_a = \underline{U}_R = \underline{U}. \quad (2.71)$$

Įtampų rezonanso metu įtampos induktyviajame ir talpiniamе imtuve yra vienodų amplitudžių, bet priešingų fazių; aktyviojo imtuvo įtampa lygi tinklo įtampai. Potencialinė vektorinė diagrama (2.45 pav., b) rezonanso atvejui nubraižyta laikant, kad  $\underline{I} = I e^{j\omega t}$ .

Kai  $X_L = X_C \gg R$ , reaktyviosios įtampos  $U_L = U_C = X_L I \gg RI$ . Kaip matome, įtampos reaktyviuosiuose imtuvuose yra didesnės už tinklo įtampą, kai reaktyviosios varžos didesnės už aktyviają. Šis faktas yra labai svarbus, parenkant reaktyviuosius imtuvus. Jei grandinėje galimas įtampų rezonansas, jai reikia parinkti tokius imtuvus, kurių vardinės įtampos būtų ne mažesnės už tinklo įtampą, taip pat už galimas jų įtampas rezonanso metu.

Kaip tik dėl tokio reaktyviųjų įtampų padidėjimo atsitiktiniai įtampų rezonanso reiškiniai pramoniniuose įrenginiuose yra nepageidautini.

Rezonanso sąlyga, įrašę  $X_L$  ir  $X_C$  reikšmes į (2.70) lygybę, galime užrašyti ir šitaip:  $\omega L = 1/(\omega C)$ . Kaip matome, įtampų rezonansas gali būti gautas: 1) keičiant ritės induktyvumą  $L$ ; 2) keičiant kondensatoriaus talpą  $C$ ; 3) keičiant tinklo dažnį  $f$ . Rezonansinis dažnis  $f_0$  priklauso nuo ritės ir kondensatoriaus parametrų:

$$f_0 = 1/(2\pi \sqrt{LC}). \quad (2.72)$$

Įtampų rezonansą galima atpažinti iš to, kad jo metu grandine teka stipriausia srovė:

$$I_0 = U/Z = U/\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = U/R.$$

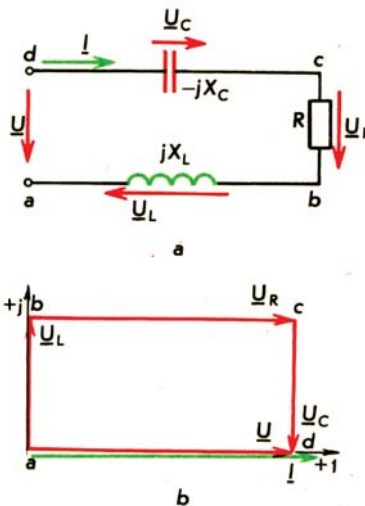
Keičiant  $X_L$  arba  $X_C$ , rezonansinė srovė tuo didesnė, kuo mažesnė grandinės aktyvioji varža (2.46 pav.).

**2.15 pavyzdys.** Prie 12 V tinklo prijungti kondensatorius ir reali ritė (žr. 2.45 pav., a), kurių varžos yra:  $X_C = 200 \Omega$ ;  $R = 10 \Omega$ ;  $X_L = 200 \Omega$ . Apskaičiuokime grandinės srovę ir imtuvų įtampas.

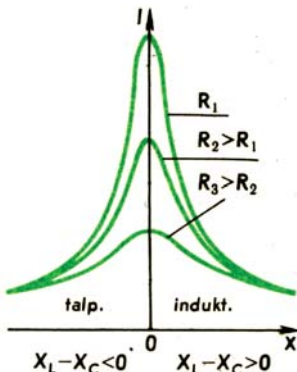
Sprendimas. Grandinėje vyksta įtampų rezonansas. Parenkame  $\underline{U} = U e^{j\omega t}$ .  $\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z} = \underline{U}/(R + j(X_L - X_C)) = 12e^{j\omega t}/(10 + j(200 - 200)) = 1,2 e^{j\omega t}$  A.

$$\underline{U}_C = -jX_C \underline{I} = -j200 \cdot 1,2 = -j240 \text{ V.}$$

Realios ritės įtampa



2.45 pav. Nuosekliai sujungtų imtuvų grandinės schema (a) ir rezonansinė potencialinė vektorinė diagrama (b)



2.46 pav. Nuosekliai sujungtų imtuvų grandinės rezonansinės charakteristikos, esant įvairioms  $R$  vėrtėms

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ca} &= (R + jX_L) \underline{I} = R\underline{I} + jX_L \underline{I} = 10 \cdot 1,2 + j200 \cdot 1,2 = \\ &= 12 + j240 = 240,3 e^{j87,13^\circ} \text{ V.} \end{aligned}$$

Matome, kad tinklo įtampa lygi realios ritės įtampos aktyviajai dedamajai, o įtampos  $U_C$  ir  $U_{ca}$  už ją didesnės:

$$U_C/U = X_C/R = 20; \quad U_{ca}/U = Z_{ca}/R \approx 20.$$

**2.7.2. Srovių rezonansas.** Srovių rezonansas gali vykti lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinėje, kai vienas iš imtuvų yra induktyvus, o kitas – talpinio pobūdžio. Rezonanso metu reaktyvioji galia  $Q=0$ , todėl  $Q = Q_L - Q_C = B_L U^2 - B_C U^2 = 0$ .

Iš čia srovių rezonanso sąlyga šitokia:

$$B = B_L - B_C = 0 \quad \text{arba} \quad B_L = B_C. \quad (2.73)$$

Pramonėje dažniau sutinkamos grandinės iš lygiagrečiai sujungtų realių induktyviųjų imtuvų ir kondensatorių (2.47 pav.). Tokioje grandinėje srovių rezonansas atpažįstamas iš to, kad grandinėje teka silpniausia srovė (2.48 pav.). Iš I Kirchhofo dėsnio:

$$I_0 = I_1 + I_2 = (G - jB_L) \underline{U} + jB_C \underline{U} = G \underline{U}. \quad (2.74)$$

Rezonanso metu srovė yra tos pačios fazės kaip įtampa, nes induktyvioji ir talpinė srovės yra lygios ir priešingų fazių (žr. 2.47 pav., b). Kai  $G \ll B_L = B_C$ , visos grandinės srovė yra daug silpnesnė nei srovės šakose:  $I \ll I_1$  ir  $I \ll I_2$ .

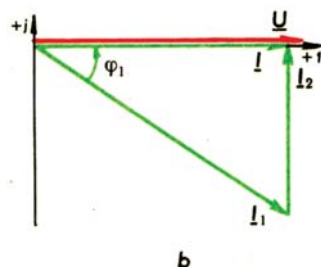
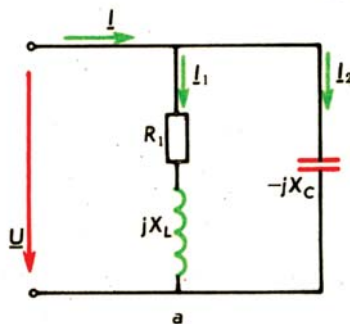
2.47 pav. grandinei rezonanso sąlygą galime užrašyti (žr.(2.50) lygybę) šitaip:

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \omega C.$$

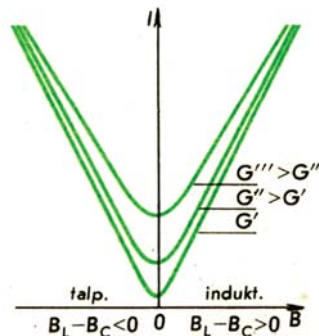
Srovių rezonansui grandinė paprastai suderinama keičiant: 1) induktyvumą  $L$ ; 2) talpą  $C$ ; 3) tinklo dažnį. Elektronikoje ir radioteknikoje rezonansinių grandinių  $R_1 \ll \omega L$ , todėl rezonansinį dažnį  $f_0$  apytiksliai galima apskaičiuoti iš (2.72) lygybės.

**2.16 pavyzdys.** Prie 220 V įtampos tinklo prijungta lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinė (2.47 pav., a), kurioje yra srovių rezonansas. Imtuvų varžos:  $R_1 = 6 \Omega$ ,  $X_L = 36 \Omega$ . Apskaičiuokime kompleksines sroves ir kondensatoriaus varžą.

Sprendimas. Aktyvusis pirmojo imtuvo ir visos grandinės laidumas  $G = R_1/Z_1^2 = 6/(6^2 + 36^2) = 0,0045 \text{ S}$ . Reaktyvieji šakų laidumai  $B_L = B_C = X_L/Z_1^2 = 36/(6^2 + 36^2) = 0,027 \text{ S}$ .  $I_1 = (G - jB_L) \underline{U} = (0,0045 - j0,027)220e^{j0^\circ} = 0,99 - j5,95 = 6,03e^{-j80,66^\circ} \text{ A}$ .  $I_2 = jB_C \underline{U} = j5,95 \text{ A}$ .  $I = G \underline{U} = I_0 = 0,99 \text{ A}$ . Kondensatoriaus varža:  $X_C = 1/0,027 = 37 \Omega$ .



2.47 pav. Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės schema (a) ir rezonansinė vektorinė diagrama (b)



2.48 pav. Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės rezonansinės charakteristikos, esant įvairioms  $G$  vėrtėms



## Sudėtingesni grandinių tyrimo atvejai

**2.8.1. Tiesinės ir apskritiminės diagramos.** Kai kinta kurio nors vieno elemento parametrai, elektrinės grandinės režimūs tirti patogiau sudarius vektorines diagramas, kuriose pavaizduoti vektorių poslinkiai. Tokiose diagramose vieno ar kelių vektorių viršūnės brėžia kokią nors kreivę (hodografą), dažniausiai tiesę arba apskritimą.

Tiesinei diagramai sudaryti pasirinkime grandinę (2.49 pav.), kurioje tirsime srovės  $I$  priklausomybę nuo kondensatoriaus talpos  $C$ . Iš I Kirchhofo dėsnio:  $I = I_1 + I_2$ . Kai kondensatoriaus nėra ( $C=0$ ),  $I_2=0$ , todėl  $I = I_1$ . Didinant kondensatoriaus talpą  $C$ , mažėja jo varža  $X_C$ , stiprėja srovė  $I_2$ . Vektorinėje diagramoje vektorių  $I$  ir  $I_2$  hodografas yra tiesė  $AB$ .

Apskritiminių diagramų sudarymo principą parodysime dviem paprasčiausiais pavyzdžiais. Nuosekliai sujungtoje grandinėje (2.50 pav.) keičiama  $X_L$ . Iš II Kirchhofo dėsnio:  $\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L$  arba

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L\underline{I}. \quad (2.75)$$

Šios trys kompleksinės įtampos sudaro statųjį įtampų trikampį, kurio įžambinė yra proporcinga pastoviai tinklo įtampos efektingei vertei:  $U = \sqrt{(RI)^2 + (X_L I)^2} = \text{const}$ . Keičiant  $X_L$ , kinta abu stačiojo trikampio statiniai, bet įžambinė lieka ta pati. Iš geometrijos žinoma, kad tokio trikampio stataus kampo viršūnė brėžia apskritimą, todėl aktyviosios įtampos vektoriaus  $R\underline{I}$  hodografas yra apskritimas, kurio skersmuo  $\underline{U}$ .

Grandinės srovė taip pat priklauso nuo  $X_L$ . Padaliję abi (2.75) lygybės puses iš  $R$  gauname:

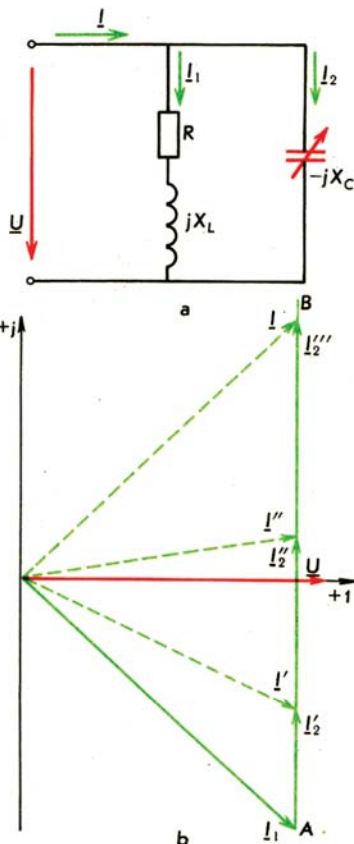
$$\frac{\underline{U}}{R} = \underline{I} + j \frac{X_L}{R} \underline{I}. \quad (2.76)$$

$\underline{U}/R = \underline{I}_k$  – tai grandinės kompleksinė srovė, kai  $X_L=0$ . Jos ir įtampos  $\underline{U}$  fazės sutampa.  $I_k$  yra didžiausia grandinės srovės efektingė vertė, nes esant  $X_L=0$ , grandinės pilnutinė varža mažiausia (žr. 2.50 pav.).  $I_k$  yra lygi sumai dviejų kompleksinių srovių, kurios užrašytos dešiniojoje lygties pusėje. Srovė  $\underline{I}$  atsilieka  $\varphi$  faze nuo įtampos, ir jos efektingė vertė didinant  $X_L$  mažėja:  $I = U/\sqrt{R^2 + X_L^2}$ . Antroji kompleksinė srovė pralenkia  $\pi/2$  fazę srovę  $\underline{I}$ , nes turi daugiklį *plus j*. Jos modulis didėja didinant  $X_L$ . Tuo būdu srovės  $\underline{I}_k$  vektorių galime sudaryti iš dviejų kompleksinių srovių statmenų vektorių. Keičiant  $X_L$  visi trys vektoriai visuomet sudaro statųjį trikampį, todėl srovės  $\underline{I}$  vektoriaus hodografas yra apskritimas, kurio skersmuo  $I_k = U/R$ .

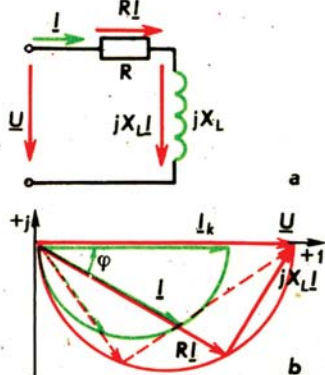
Analogiškai sudaryta apskritiminė diagrama grandinei, kurioje keičiama kondensatoriaus varža  $X_C$  (2.51 pav.).

Iš tiesinių bei apskritiminių diagramų galima gauti ryšį tarp įvairių elektrinių dydžių. Pavyzdžiui, iš tiesinės diagramos (žr. 2.49 pav.) galima sudaryti srovės (ar kokio kito elektrinio dydžio) priklausomybę nuo kondensatoriaus talpos –  $I = f_1(C)$ ;  $I_2 = f_2(C)$  – ir nubraižyti tas priklausomybes grafiškai. Iš apskritiminių diagramų galima sudaryti aktyviosios ar reaktyviosios įtampos, srovės priklausomybę nuo keičiamo parametro:  $U_R = f_1(X_L)$ ;  $I = f_2(X_L)$  ar  $U_R = f_3(X_C)$ ;  $I = f_4(X_C)$ .

Kaip nesunku matyti iš nubraižytų apskritiminių diagramų, keičiant  $X_L$  ar  $X_C$ , kinta grandinės srovės ir aktyviosios bei reaktyviosios įtampų fazės. Dėl to tokios grandinės vadinamos fazę kei-



2.49 pav. Lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės schema (a) ir tiesinė vektorinė diagrama (b)



2.50 pav. Grandinės su keičiama  $X_L$  schema (a) ir apskritiminė vektorinė diagrama (b)



čiančiomis (pasukančiomis). Galima apskaičiuoti jų parametrus, reikalingus, kad įtampos fazė viename ar kitame elemente būtų pakeista reikiamu diapazonu.

**2.8.2. Abipusės indukcijos grandinės.** Praktikoje dažnai sutinkamas atvejis, kai yra abipusis magnetinis ryšys tarp dviejų ričių, kurios suvyniotos ant vieno karkaso ar šiaip yra arti viena kitos. Iš fizikos žinome, kad, tekant kintamajai srovei  $i_1$  viena rite, antrojeje indukuojama abipusės indukcijos EVJ, kurią galima užrašyti šitaip:

$$e_{2M} = M di_1 / dt; \quad (2.77)$$

čia  $M$  – ričių abipusis induktyvumas, matuojamas henriais (H). Pirmojoje ritėje taip pat indukuojama abipusės indukcijos EVJ:

$$e_{1M} = M di_2 / dt. \quad (2.78)$$

Kai  $i_1$  ir  $i_2$  yra sinusinės, tas EVJ galima užrašyti kompleksiniais dydžiais:

$$\underline{E}_{1M} = j\omega M \underline{I}_2; \quad \underline{E}_{2M} = j\omega M \underline{I}_1. \quad (2.79)$$

Sandauga  $\omega M = X_M$  vadinama induktyviąja abipusės indukcijos varža ir matuojama omais.

Kai vienos ritės magnetinis laukas stiprina antrosios magnetinį lauką, jų abipusės indukcijos ryšys vadinamas **suderintu**. Tokiu atveju kiekvienos ritės saviindukcijos ir abipusės indukcijos EVJ yra tos pačios krypties (2.52 pav.). Kai laukai vienas kitą silpnina, abipusės indukcijos ryšys vadinamas **priešiniu**. Sutarta ričių pradžias schemoje žymėti taškais ir laikyti, kad ričių abipusis ryšys yra suderintas, kai srovių sutartinės kryptys abiejose ritėse pažymėtų pradžių atžvilgiu sutampa.

Tarkime, kad dvi abipusės indukcijos ritės yra sujungtos nuosekliai (2.53 pav.). Pagal II Kirchhofo dėsnį:  $\underline{U} = \underline{E}_{1L} \pm \underline{E}_{1M} + \underline{E}_{2L} \pm \underline{E}_{2M}$ . Įrašę saviindukcijos ir abipusės indukcijos EVJ vertes, turime:

$$\underline{U} = jX_1 \underline{I} \pm jX_M \underline{I} + jX_2 \underline{I} \pm jX_M \underline{I}$$

arba

$$\underline{U} = j(X_1 + X_2 \pm 2X_M) \underline{I} = jX_e \underline{I}.$$

Kai ritės yra sujungtos nuosekliai suderintai (2.53 pav., a), dėl abipusės indukcijos grandinės ekvivalentinė induktyvioji varža  $X_e$  padidėja, o kai priešiniai (2.53 pav., b), – sumažėja:

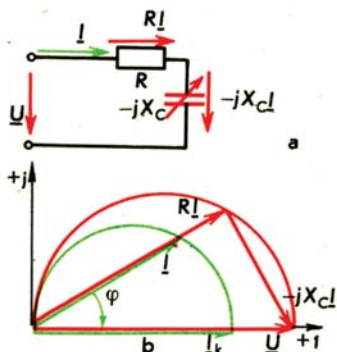
$$X'_e = X_1 + X_2 + 2X_M; \quad X''_e = X_1 + X_2 - 2X_M. \quad (2.80)$$

**2.8.3. Mišriai sujungtų imtuvų grandinė.** Tokios grandinės dažniausiai tiriamos ekvivalentinio keitimo metodu. Pavyzdžiui, grandinės, pavaizduotos 2.54 pav., ekvivalentinė varža

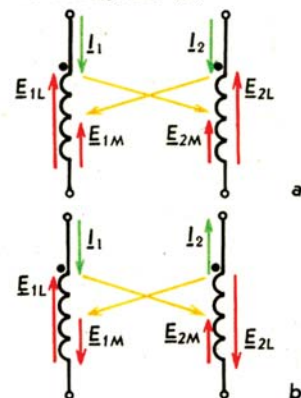
$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{234}; \quad \text{o} \quad \underline{Z}_{234} = 1 / \underline{Y}_{234};$$

čia  $\underline{Z}_{234}$  – lygiagrečiosios grandinės dalies kompleksinė varža,  $\underline{Y}_{234}$  – tos dalies kompleksinis laidumas:

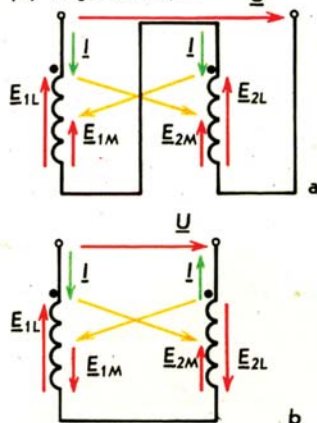
$$\underline{Y}_{234} = \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4}.$$



2.51 pav. Grandinės su keičiama  $X_c$  schema (a) ir apskritinė vektorinė diagrama (b)



2.52 pav. Dvi ritės, kurių abipusės indukcijos ryšys yra suderintas (a) ir priešinis (b)



2.53 pav.

Kai yra žinoma tinklo įtampa  $\underline{U} = Ue^{j\psi_u}$ , grandinės srovės gali būti apskaičiuotos šitaip:

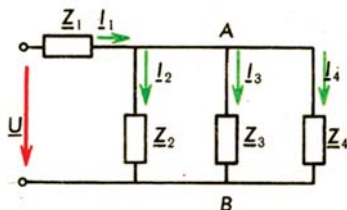
$$\underline{I}_1 = \underline{U}/Z_1; \quad \underline{U}_{AB} = Z_{234} \underline{I}_1;$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_{AB}/Z_2; \quad \underline{I}_3 = \underline{U}_{AB}/Z_3; \quad \underline{I}_4 = \underline{U}_{AB}/Z_4.$$

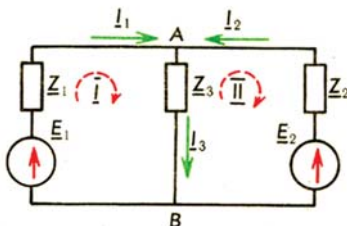
**2.8.4. Sudėtingųjų grandinių tyrimas.** Kintamosios (kaip ir nuolatinės) srovės grandines vadinsime sudėtingosiomis, kai yra bent trys šakos ir bent dviejose iš jų yra EVJ šaltiniai. Kaip žinome, joms tirti taikomi Kirchhofo dėsniai, superpozicijos, mažginės įtampos, ekvivalentinio šaltinio ir kiti specialūs metodai, bet **tyrimai atliekami kompleksiniais dydžiais.**

Pavyzdžiui, 2.55 pav. sudėtingąją grandinę galima ištirti, parašius ir išsprendus šitokią lygčių sistemą:

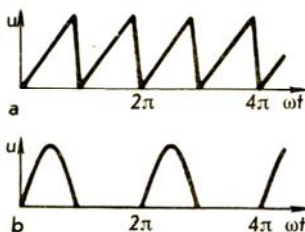
$$\begin{cases} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0, \\ \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_3 \underline{I}_2 = \underline{E}_1, \\ -\underline{Z}_2 \underline{I}_2 - \underline{Z}_3 \underline{I}_3 = -\underline{E}_2. \end{cases}$$



2.54 pav.



2.55 pav.



2.56 pav.

## 2.9

### Nesinusinės srovės grandinės

**2.9.1. Nesinusinės srovės matematinė išraiška; grafinis vaizdas.** Iki šiol nagrinėjome elektrines grandines, kuriose įtampa ir srovė kito sinuso dėsnio. Nežymūs formos skirtumai nuo sinusinės neturi praktinės reikšmės. Vis dėlto įvairiose elektrotechnikos srityse (elektronikoje, radiotechnikoje, elektrotechnologijoje ir kt.) pasitaiko, kad srovė arba įtampa yra nesinusinė periodinė funkcija. Pavyzdžiui, televizoriaus arba oscilografo spindulio horizontaliam valdymui reikia pjūklinės įtampos šaltinio, vienesio lyginimo lygintuvo išlygintoji srovė (įtampa) kinta sinusoidės pusbangiais (2.56 pav.).

Tiesinėje grandinėje nesinusinė srovė gali tekėti, kai grandinėje veikia nesinusinės įtampos šaltiniai. Jei bent vienas grandinės elementas netiesinis, tai gali būti nesinusinė srovė ir tada, kai šaltinio įtampa yra sinusinė.

Matematiškai nesinusinę periodinę funkciją galima užrašyti Furjė eilute:

$$\begin{aligned} a(t) = & A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \\ & + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots + A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots; \end{aligned} \quad (2.81)$$

čia  $A_0$  – pastovus dydis;  $A_{km} \sin(\omega t + \psi_k) + \dots$  – sinusinės laiko funkcijos, kurių amplitudės yra  $A_{1m}, A_{2m}, \dots, A_{km}, \dots$ ; pradinės fazės –  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_k, \dots$ ; kampiniai dažniai –  $\omega, 2\omega, \dots, k\omega, \dots$ . **Elektrotechnikoje** įprasta šios sumos dėmenis vadinti šitaip: **pirmasis dėmuo** –  $A_0$  – **nuolatine dedamoji**; **antrasis** –  $A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$  – **pagrindinė (pirmoji) harmoninė dedamoji**; **trečiasis ir tolimesnieji** – **aukštesniosios (k-osios) harmoninės dedamosios**. Dažnai harmoninės dedamosios sutrumpintai vadinamos tiesiog harmonikomis.

Kaip matome, aukštesniosios harmonikos yra didesnio dažnio sinusinės funkcijos. Jos vadinamos lyginėmis, kai  $k$  yra lyginis skaičius, ir nelyginėmis, kai  $k$  – nelyginis.

Nesinusinės funkcijos skleidinyje gali būti ne visi, o tik kai kurie nariai, jei funkcija turi kokių nors ypatumų. Pavyzdžiui, simetriška



$\omega t$  ašies atžvilgiu funkcija užrašoma Furjė eilute, kurioje yra tik nelyginės harmonikos. Dažnai praktikoje sutinkamų nesinusinių srovių (2.57 pav.) skleidiniai užrašomi šitaip:

$a$  – trapecijos formos kreivė –

$$i = \frac{4I_m}{\alpha\pi} \left( \sin \alpha \cdot \sin \omega t + \frac{1}{3^2} \sin 3\alpha \cdot \sin 3\omega t + \dots \right);$$

$b$  – stačiakampio formos kreivė –

$$i = \frac{4I_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right);$$

$c$  – pulsuojančios sinusinės formos kreivė –

$$i = \frac{4I_m}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \dots \right).$$

Nesinusinės funkcijos grafiškai vaizduojamos kreivėmis – laiko funkcijomis arba amplitudės – dažnio charakteristikomis, vadinamomis tiesiniais spektrais. Vaizduojant antruoju būdu, abscisių ašyje atidedamas dažnis:  $0, \omega, 2\omega, 3\omega$  ir t. t. Ordinatės yra nuolatinės dedamosios ir aukštesniųjų harmonikų santykinės amplitudės pirmosios harmonikos atžvilgiu:

$$A'_0 = A_0/A_{1m}; A'_{1m} = A_{1m}/A_{1m} = 1; A'_{2m} = A_{2m}/A_{1m} \text{ ir t. t. (2.58 pav.)}$$

**2.9.2. Efektinė ir vidutinė vertė; galia.** Nesinusinę srovę ir įtampą užrašome šitaip:

$$i(t) = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{i2}) + \dots + I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) + \dots \quad (2.82)$$

$$u(t) = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_{u1}) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{u2}) + \dots + U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) + \dots \quad (2.83)$$

Iš (2.4) lygybės srovės ir įtampos efektinės vertės:

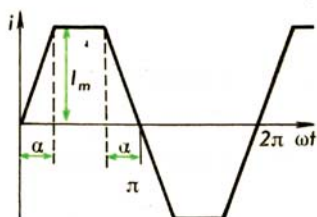
$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}; \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}.$$

Irašę į šias lygybes nesinusines  $i(t)$  ir  $u(t)$  ir suintegravę gauname, kad nesinusinės srovės ir įtampos efektinė vertė gali būti apskaičiuota šitaip:

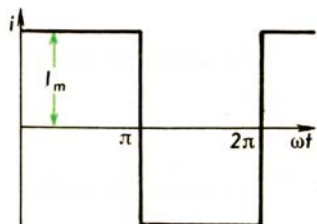
$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2 + \dots}; \\ U &= \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2 + \dots}; \end{aligned} \quad (2.84)$$

čia  $I_0$  ir  $U_0$  – srovės ir įtampos nuolatinės dedamosios,  $I_1, I_2, \dots, I_k, \dots$  – srovės harmonikų efektinės vertės,  $U_1, U_2, \dots, U_k, \dots$  – įtampos harmonikų efektinės vertės. Skaičiuojant vidutinę nesinusinio dydžio vertę visam periodui gauname, kad ji yra lygi nuolatinei dedamajai. Norėdami įvertinti harmonikų įtaką, turime skaičiuoti vidutinę vertę, laikydami, kad funkcija abu pusperiodžius yra tik teigiama, t. y. imti tik jos modulį:

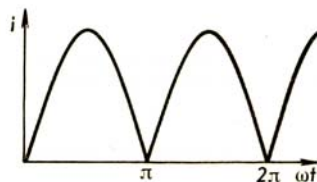
$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt; \quad \bar{U} = \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt. \quad (2.85)$$



a

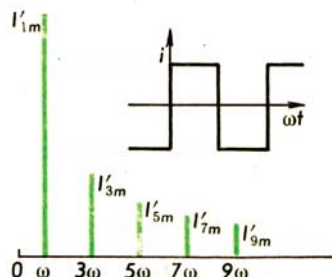


b



c

2.57 pav.



2.58 pav. Stačiakampės nesinusinės srovės tiesinio spektro pavyzdys



Suprantama, kad  $I \geq I_0$  ir  $\bar{U} \geq U_0$ .  
Vidutinė galios vertė yra aktyvioji galia:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt.$$

Įrašę  $u(t)$  ir  $i(t)$  iš (2.82) bei (2.83) ir suintegravę gauname:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k + \dots; \quad (2.86)$$

čia  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k, \dots$  – kiekvienos harmonikos įtampos ir srovės fazių skirtumas.

Kaip matome, visos grandinės aktyviają galią galima apskaičiuoti sudedant visų harmonikų aktyviasias galias.

**2.9.3. Koeficientai, apibūdinantys nesusines periodines kreives.** Amplitudės koeficientas yra elektrinio dydžio (pvz., įtampos) didžiausios ir efektinės vertės santykis:

$$k_a = U_{\max}/U. \quad (2.87)$$

Formos koeficientas yra elektrinio dydžio efektinės ir vidutinės vertės santykis:

$$k_f = U/\bar{U}. \quad (2.88)$$

Iškraipymo koeficientas yra pagrindinės harmonikos ir nesusinio dydžio efektnių verčių santykis:

$$d = U_1/U. \quad (2.89)$$

Energetikoje priimta elektrinio dydžio nesusiškumą įvertinti kreivės iškraipymo koeficientu, kuris išreiškiamas procentais ir apskaičiuojamas (pvz., įtampos) šitaip:

$$K_{ns} = \frac{\sqrt{\sum_{v=2}^{\infty} U_v^2}}{U_1} \cdot 100; \quad (2.90)$$

čia  $U_v$  –  $v$ -osios harmonikos efektinė vertė,  
 $U_1$  – pirmosios harmonikos efektinė vertė.

**Sinusiniams dydžiams:**  $k_a = \sqrt{2}$ ;  $k_f = 1,11$ ;  $d = 1$ ;  $K_{ns} = 0$ . Kuo artimesni minėti nesusinio dydžio koeficientai čia surašytoms jų vertėms, tuo šis dydis artimesnis sinusiniam. Energetinių sistemų tinkluose įtampos kreivės iškraipymo koeficientas turi būti ne didesnis kaip 5%, todėl pramoninio tinklo įtampa laikoma sinusine.

**2.9.4. Grandinių tyrimas. Nesusinių srovių grandinėms tirti patogu taikyti superpozicijos metodą.** Pavyzdžiui, kai grandinėje yra nesusinės EVJ  $e(t)$  šaltinis, galima laikyti, kad yra  $n$  EVJ šaltinių, iš kurių vieno EVJ yra nuolatinė, o kitų – sinusinės (2.59 pav.). Šaltinis, kurio EVJ užrašoma šitaip:

$$e(t) = E_0 + E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + E_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots,$$

pakeičiamas šaltiniai, kurių EVJ yra tokios:

$$e_0 = E_0; e_1 = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1); \dots e_k = E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k); \dots$$

Visos grandinės ar jos šakos srovė gaunama, sudėjus dalines sroves, kurias sukuria kiekvienas šaltinis atskirai:

$$i = i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots \quad (2.91)$$

Kiekvienai daliai srovei apskaičiuoti galime taikyti Omo dėsnį, užrašę jį kompleksiniais dydžiais:

$$I_0 = E_0/Z_0; I_{1m} = E_{1m}/Z_1; \dots I_{km} = E_{km}/Z_k; \dots$$

čia  $I_0$  ir  $E_0$  – srovės ir EVJ nuolatinės dedamosios,  $I_{1m} \dots I_{km}$  – srovės harmonikų kompleksinės amplitudės,  $E_{1m} \dots E_{km}$  – EVJ harmonikų kompleksinės amplitudės,  $Z_0, Z_1 \dots Z_k$  – grandinės kompleksinės varžos srovės nuolatinėi dedamajai, pagrindinei ir aukštesniosioms harmonikoms.

Užrašę gautąsias dalines sroves sinusinėmis laiko funkcijomis ir įrašę jas į (2.91) lygybę, gauname:

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + \dots + I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) + \dots$$

Priminsime, kad gautų kompleksinių srovių sumuoti negalima, nes kiekvienos iš jų dažnis kitoks. Kaip tik dėl to, tiriant nesinusinių srovių grandines, vektorinės diagramos gali būti braižomos tik atskiroms harmonikoms.

Kuo didesnis parenkamas Furjė eilutės narių skaičius, tuo tikslesnis gaunamas rezultatas, tiriant nesinusinę grandinę. Kiekvienu konkrečiu atveju tenka nuspręsti, koks narių skaičius yra pakankamas, norint gauti reikiamo tikslumo rezultatą.

Pavyzdžiui, imkime trijų nuosekliai sujungtų idealių imtuvų grandinę (2.60 pav.). Jos kompleksinė varža EVJ nuolatinėi dedamajai ir jos harmonikoms gali būti užrašyta šitaip:

$$Z_k = R + j(k\omega L - 1/(k\omega C));$$

čia  $k=0, 1, 2 \dots$

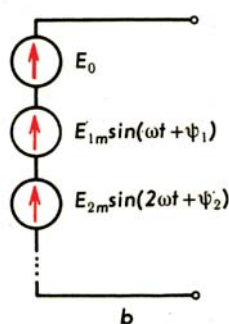
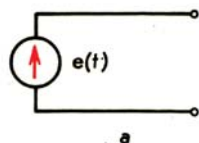
Įrašę  $k$  vertes gauname:  $Z_0 = \infty$ ;  $Z_1 = R + j(\omega L - 1/(\omega C))$ ;  $Z_2 = R + j(2\omega L - 1/(2\omega C))$  ir t. t. Matome, kad tiriamosios grandinės nesinusinė srovė neturi nuolatinės dedamosios.

Kiekvienos grandinės kompleksinės varžos didumas priklauso ne tik nuo grandinės parametrų, bet ir nuo įtampos harmonikų. Kaip žinome, aktyviojo imtuvo varža nuo dažnio nepriklauso, induktyviojo – yra tiesiog proporcinga, o talpinio – atvirkščiai proporcinga įtampos dažniui (žr. 2.19 pav.). Dėl to grandinėse, kuriose yra tik aktyvieji imtuvai, srovės kreivės forma yra tokia pat kaip įtampos. Induktyvaus pobūdžio elementų varža aukštesniosioms srovės harmonikoms yra didesnė, todėl sakoma, kad induktyvieji elementai slopina aukštesniąsias harmonikas. Talpiniai elementai slopina žemesniąsias harmonikas. Šiomis reaktyviųjų elementų savybėmis pagrįstas elektrinių filtrų veikimas.

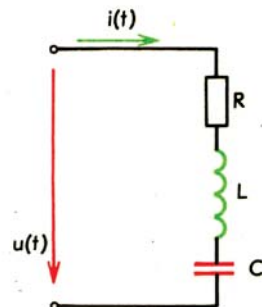
Kai nereikalaujama didelio grandinių tyrimo tikslumo, galima tiriamąją nesinusinės srovės grandinę pakeisti sinusinės srovės grandine, kurios srovės bei įtampos ekvivalentinės efektinės vertės yra  $I_e, U_e$  ir ekvivalentinė aktyvioji galia –  $P_e$ . Ekvivalentinė grandinė tiriami įprastais sinusinės srovės grandinių tyrimo metodais, ekvivalentiniams sinusiniams dydžiams galima braižyti vektorines diagramas. Ekvivalentinio pakeitimo sąlyga:

$$I_e = I, U_e = U, P_e = P;$$

čia  $I$  ir  $U$  – efektinė nesinusinės srovės ir įtampos vertė,  $P$  – nesinusinės srovės grandinės aktyvioji galia.



2.59 pav. Nesinusinės EVJ šaltinio (a) pakeitimas nuosekliai sujungtais šaltiniais (b)



2.60 pav.



## Kontroliniai klausimai ir užduotys

2.1. Paašškinkite, kas tai yra:

- kintamoji srovė, sinusinė, nesinusinė srovė;
- momentinė, amplitudinė, efektinė, vidutinė vertė;
- periodas, dažnis, kampinis dažnis;
- fazė, pradinė fazė, fazių skirtumas;
- aktyvūs, reaktyvūs imtuvai;
- idealūs, realūs imtuvai;
- kompleksinė srovė (įtampa, EVJ), jos modulis, argumentas;
- kompleksinė ir pilnutinė varža;
- kompleksinis ir pilnutinis laidumas;
- kompleksinė, pilnutinė, aktyvioji, reaktyvioji galia;
- vektorinė diagrama, potencialinė vektorinė diagrama;
- varžų, laidumų, įtampų, srovių, galių trikampis;
- galios koeficientas.

2.2. Nubraižykite dviejų srovių sinusoides ir pavaizduokite tas sroves vektoriškai, kai srovės:  $a$  – faze sutampa;  $b$  – yra priešingų fazių.

2.3. Nubraižykite įtampos ir srovės sinusoides bei pavaizduokite jas vektoriškai, kai fazių skirtumo kampas:  $a$  –  $\varphi = 30^\circ$ ;  $b$  –  $\varphi = 90^\circ$ ;  $c$  –  $\varphi = -90^\circ$ .

2.4. Matavimo prietaisai rodo šitokias efektines srovės ir įtampos vertes:  $I = 5$  A,  $U = 220$  V. Žinome, kad srovės ir įtampos dažnis 50 Hz ir srovė pralenkia įtampą  $30^\circ$  faze. Užrašykite srovės ir įtampos sinusines funkcijas matematiškai ir nubraižykite vektorinę diagramą, laikydami, kad:  $a$  – įtampos pradinė fazė lygi nuliui;  $b$  – srovės pradinė fazė lygi nuliui.

2.5. Užrašykite algebrine forma ir pavaizduokite vektoriais šiuos kompleksinius elektrinius dydžius:  $a$  –  $I_1 = 10 e^{j60^\circ}$  A;  $b$  –  $I_2 = 12 e^{-j30^\circ}$  A;  $c$  –  $I_3 = 8 e^{j0^\circ}$  A;  $d$  –  $\underline{U} = 220 e^{j90^\circ}$  V;  $e$  –  $\underline{E} = 100 e^{-j90^\circ}$  V.

2.6. Užrašykite rodikline forma ir pavaizduokite vektoriais šiuos dydžius:  $a$  –  $I_1 = 6 + j8$  (A);  $b$  –  $I_2 = 4 - j3$  (A);  $c$  –  $\underline{U}_1 = 150$  V;  $d$  –  $\underline{U}_2 = -j200$  (V);  $e$  –  $\underline{E} = j100$  (V).

2.7. Grafiškai ir analiziškai sudėkite kompleksines sroves  $I_1 + I_2 = \underline{I}$ . Gautą kompleksinę sumą  $\underline{I}$  užrašykite algebrine ir rodikline forma. Kompleksinės srovės  $I_1$  ir  $I_2$  amperais šitokios:  $a$  –  $4 + j8$  ir  $2 - j16$ ;  $b$  –  $3 - j3$  ir  $1 + j6$ ;  $c$  –  $5e^{j36,87^\circ}$  ir  $-j3$ ;  $d$  –  $5e^{j53,13^\circ}$  ir  $10^{-j36,87^\circ}$ .

2.8. Grafiškai ir analiziškai padauginkite iš pasukimo operatoriaus „+j“ kompleksinę srovę, kuri lygi (A):  $a$  – 10;  $b$  –  $5 + j5$ ;  $c$  –  $6e^{-j30^\circ}$ ;  $d$  –  $-j4$ ;  $e$  –  $j8$ . Kuo skiriasi sandauga nuo dauginamosios srovės?

2.9. Analiziškai padalykite kompleksinę įtampą  $\underline{U}$  iš varžos  $\underline{Z}$ , kai jos lygios (V ir  $\Omega$ ):  $a$  –  $100e^{-j60^\circ}$  ir  $20e^{-j30^\circ}$ ;  $b$  –  $200e^{j20^\circ}$  ir  $10e^{-j70^\circ}$ ;  $c$  – 60 ir  $-j15$ .

2.10. Kokie energetiniai virsmai vyksta idealiuose aktyviuosiuose ir reaktyviuosiuose imtuvuose? Kaip tokie imtuvai vaizduojami elektrinėse schemose? Pateikite imtuvų pavyzdžių.

2.11. Parašykite Omo dėsnį idealiems imtuvams, kai srovė ir įtampa išreiškiamos:  $a$  – momentinėmis vertėmis;  $b$  – efektinėmis vertėmis;  $c$  – kompleksiniais dydžiais.

2.12. Nubraižykite idealaus aktyviojo, induktyviojo ir talpinio imtuvo srovės ir įtampos vektorines diagramas kompleksinėje plokštumoje.

2.13. Parašykite idealiam aktyviajam, induktyviajam ir talpiniam imtuvui šias išraiškas ir nurodykite matavimo vienetus:  $a$  – varžos;  $b$  – laidumo;  $c$  – aktyviosios galios;  $d$  – reaktyviosios galios.

2.14. Kaip priklauso idealių imtuvų varža nuo srovės dažnio? Pavaizduokite šias priklausomybes grafiškai.



2.15. Kas yra bendra nuosekliai sujungtiems imtuvams? Kokio elektrinio dydžio pradinę fazę patogiausia laikyti nuline? Kodėl?

2.16. Parašykite nuosekliai trijų skirtingo pobūdžio sujungtų imtuvų grandinės:  $a$  – Omo dėsnio kompleksinę išraišką;  $b$  – kompleksinę varžą algebrine ir rodikline forma.

2.17. Laikydami, kad realus imtuvas yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio:  $a$  – nubraižykite jo schemą;  $b$  – užrašykite kompleksinę varžą algebrine ir rodikline forma;  $c$  – nubraižykite varžų, įtampų ir galių trikampius;  $d$  – paaiškinkite, koku (teigiamu ar neigiamu) laikomas fazių skirtumo kampas  $\varphi$ .

2.18. Laikydami, kad realus imtuvas yra aktyvaus-talpinio pobūdžio, atlikite 2.17  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  užduotis.

2.19. Laikydami, kad nuosekliai sujungta keletas realių įvairaus pobūdžio imtuvų, parašykite:  $a$  – formulę ekvivalentinio imtuvo kompleksinei varžai apskaičiuoti;  $b$  – sąlygas, nuo kurių priklauso ekvivalentinio imtuvo pobūdis ( $\varphi \geq 0$ ).

2.20. Kas yra bendra lygiagrečiai sujungtiems imtuvams? Kokio elektrinio dydžio pradinę fazę patogiausia laikyti nuline? Kodėl?

2.21. Kaip galima apskaičiuoti lygiagrečiai sujungtų imtuvų grandinės srovę, kai šakų srovės žinomos? Nubraižykite srovių trikampį ir paaiškinkite, nuo kokių srovių dedamųjų priklauso grandinės kampo  $\varphi$  ženklas.

2.22. Lygiagrečiai sujungta ideali ritė ir aktyvaus-talpinio pobūdžio imtuvas. Užrašykite:  $a$  – kiekvieno imtuvo kompleksinę varžą;  $b$  – kiekvieno imtuvo kompleksinę srovę rodikline ir algebrine forma;  $c$  – visos grandinės kompleksinę srovę. Nubraižykite vektorinę srovių diagramą, sudarykite srovių trikampį ir parašykite sąlygą, kuriai esant visa grandinė yra aktyvaus-induktyvaus pobūdžio.

2.23. Užrašykite kompleksinį laidumą algebrine bei rodikline forma ir nubraižykite laidumų trikampį, kai imtuvas:  $a$  – aktyvaus-induktyvaus pobūdžio;  $b$  – aktyvaus-talpinio pobūdžio.

2.24. Kaip apskaičiuoti lygiagrečiai sujungtų imtuvų ekvivalentinį kompleksinį laidumą ir ekvivalentinio imtuvo varžą? Kaip nustatyti ekvivalentinio imtuvo pobūdį?

2.25. Parašykite:  $a$  – bendrą kompleksinės galios išraišką algebrine ir rodikline forma;  $b$  – aktyviosios ir reaktyviosios galios išraiškas. Nubraižykite galių trikampį.

2.26. Kaip apskaičiuojama nuosekliai ir lygiagrečiai sujungtų imtuvų kompleksinė, aktyvioji ir reaktyvioji galia?

2.27. Kaip apskaičiuojamas galios koeficientas? Kokia jo įtaka energijos tiekimo sistemos (linijų, šaltinių) ekonomiškumui?

2.28. Kaip gerinamas galios koeficientas? Kaip apskaičiuoti kondensatoriaus talpą galios koeficientui gerinti?

2.29. Kokie energetiniai reiškiniai vyksta kintamosios srovės grandinėse rezonanso metu? Kokiose elektrinėse grandinėse kokie rezonansai gali būti?

2.30. Kokia įtampų rezonanso sąlyga? Kaip ją galima atpažinti? Kaip galima grandinę suderinti įtampų rezonansui?

2.31. Ar gali būti įtampų rezonanso metu imtuvų įtampos didesnės negu tinklo? Kokiai sąlygai esant? Kodėl įtampų rezonansas energetinėje sistemoje gali būti nepageidautinas?

2.32. Kokia srovių rezonanso sąlyga? Kaip ją galima atpažinti?

2.33. Kaip grandinę galima suderinti srovių rezonansui? Kur srovių rezonanso reiškinys panaudojamas?

2.34. Ar gali būti šakų srovės didesnės už visos grandinės srovę rezonanso metu? Kokiai sąlygai esant?